

MODULACION “CLICK” PARA AMPLIFICADORES DE AUDIO CONMUTADOS

Christian A. Schmidt, Eduardo E. Paolini *

* *Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica*
Dpto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253, (B8000CPB) Bahía Blanca, ARGENTINA

e-mail: epaolini@uns.edu.ar

Resumen: La modulación “click” es una técnica de modulación binaria que no introduce contenidos espurios en el espectro de la señal original. En este trabajo se presentan sus fundamentos y su aplicación para el diseño de amplificadores de audio conmutados. Se comentan algunas aproximaciones necesarias para simplificar el procesamiento, y se muestran resultados de simulaciones computacionales. Finalmente se discuten algunas ventajas e inconvenientes de la implementación práctica de esta técnica.

“CLICK” MODULATION FOR SWITCHED AUDIO AMPLIFIERS

Abstract: Click modulation is a binary modulation technique that does not insert spurious content within the spectral band of the original signal. In this paper the fundamental theory behind click modulation and its application to the design of switching audio amplifiers is presented. Some approximations that simplify the processing of the signal are commented, and simulation results are shown. Advantages and inconvenients of the practical implementation are also reported.

Palabras clave: modulación click, ancho de pulso (PWM), amplificador clase “D”

1. INTRODUCCIÓN

Durante muchos años los amplificadores de audio fueron casi exclusivamente de clase A o AB ya que debido a su gran linealidad permiten amplificación prácticamente libre de distorsión. Sin embargo, estos amplificadores no son eficientes desde el punto de vista del consumo de energía, pues su rendimiento máximo sólo alcanza al 78%.

La aparición de equipos de audio portátiles impulsó el requerimiento de bajo consumo, y revivió el interés en los amplificadores conmutados o clase D, cuya eficiencia teórica alcanza el 100%. El desarrollo de nuevas tecnologías de semiconductores permitió el uso de frecuencias de conmutación elevadas, reduciendo en parte la distorsión.

De los diferentes tipos de modulación o codificación de señal viables para su uso en este tipo de amplificadores, los más comunes son modulación por posición de pulso (PPM), modulación

por densidad de pulsos (PDM) y modulación por ancho de pulso (PWM). El método de PWM es el más apropiado para señales de audio, y entre otras ventajas merece citarse que el demodulador consta de un simple pasabajos. Sin embargo, esta demodulación no es perfecta (Bresch *et al.*, 1998) y los niveles de distorsión son difíciles de atenuar pues en el ancho de banda de la señal original coexisten también componentes frecuenciales propias del proceso de modulación.

Se han propuesto distintas soluciones para reducir estos efectos no deseados, como por ejemplo un aumento en la velocidad de conmutación, técnicas de moldeo de ruido (Hiorns y Sandler, 1993), esquemas realimentados, y diferentes técnicas de modulación de variada complejidad (Sandler, 1993; Johansen y Nielsen, 1999). Una de las alternativas más interesantes es la técnica de modulación “click”, propuesta por Logan en 1984.

2. MODULACIÓN “CLICK”

La modulación “click” (Logan, 1984) es una modulación por posición de impulsos, a partir de la cual se puede generar una señal binaria cuyo contenido espectral se ubica por encima de cierta banda de frecuencias, sin alterar el espectro de la señal moduladora. A continuación se exponen los fundamentos teóricos que soportan la modulación “click”. Aunque algunas de las funciones que intervienen en este análisis no tienen transformada de Fourier (TF) en el sentido usual, se podrá asegurar, por ejemplo, que la TF de $f(t)$ se anula sobre una unión de intervalos disjuntos E si $f(t)$ es ortogonal a una clase de funciones que tienen TF ordinarias con soporte en E . En este sentido, la TF de $f_1(t)$ coincide con la TF de $f_2(t)$ en E si y sólo si la TF de $f_1(t) - f_2(t)$ se anula sobre E (Logan, 1978).

2.1 Representación de una señal por sus ceros

De acuerdo al teorema de Weierstrass, cualquier función entera $f(z)$ puede representarse como

$$f(z) = z^\lambda \Pi(z) e^{g(z)},$$

donde

$$\Pi(z) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right) e^{\sum_{m=1}^p \frac{1}{m} \left(\frac{z}{z_k}\right)^m}$$

es el *producto canónico* de $f(z)$ que incluye los ceros z_k no nulos de $f(z)$ y λ es la multiplicidad del cero en el origen ($z_0 = 0$). La función $g(z)$ se calcula a partir de $f(z)$, y es tal que la exponencial $e^{g(z)}$ no se anula. Titchmarsh (1926) simplificó los resultados de Weierstrass para el caso de una función entera $f(z)$ que satisfaga

$$f(z) = \int_a^b g(\sigma) e^{z\sigma} d\sigma \quad (1)$$

donde a, b son finitos. En este caso, $f(z)$ se puede expresar como el producto infinito

$$f(z) = f(0) \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right), \quad (2)$$

donde, nuevamente, z_k indica los ceros no nulos de $f(z)$. En particular, las funciones temporales $f(t)$ acotadas y con ancho de banda limitado (es decir, cuya transformada de Fourier se anula fuera de una banda de frecuencias $[-\Omega_S, \Omega_S]$) satisfacen la condición (1)¹, de modo que

$$f(t) = f(0) \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{t}{\tau_k}\right)$$

¹ Basta hacer la sustitución $\sigma \rightarrow j\Omega$, $z \rightarrow t$, $g(\sigma) \rightarrow F(\Omega)$, $a \rightarrow -\Omega_U$, $b \rightarrow \Omega_U$, donde $F(\Omega)$ es la transformada de Fourier de $f(t)$.

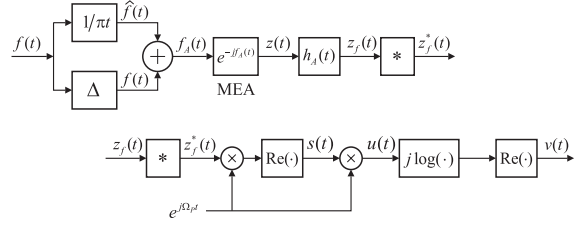


Fig. 1. Esquema de modulación por posición de pulsos.

donde los τ_k son los ceros complejos de $f(t)$. Para las aplicaciones es conveniente que los ceros τ_k sean reales; en tal sentido Logan (1977) mostró que la función real

$$s(t) = \text{Re} \{z(t) e^{j\Omega_P t}\}$$

tiene ceros reales y simples si $\Omega_P > 0$, y si $z(t)$ es una señal de banda limitada a $[-\Omega_H, \Omega_H]$, cuya prolongación analítica $z(\tau)$, $\tau \in \mathbb{C}$ está libre de ceros en $\text{Im}\{\tau\} \leq 0$ (lo que ocurre si $\text{Re}\{z(t)\} > 0$, $-\infty < t < \infty$). La señal $s(t)$ también resulta de banda limitada.

Bajo estas condiciones, la función $s(t)$ se puede representar, salvo una constante multiplicativa, a partir del conocimiento de las ubicaciones de sus ceros t_k reales y simples

$$s(t) = s(0) \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{t}{t_k}\right).$$

Esta expresión indica que también es posible recuperar $s(t)$ a partir del conocimiento de sus cambios de signo, $\text{sgn}\{s(t)\}$.

2.2 Modulación sin distorsión en banda base

La generación de una señal modulada cuyo contenido espectral no se solape con el de la señal moduladora se apoya en los trabajos de Logan (1984) y en la teoría de modulación analítica (Black, 1953; Bedrosian, 1962). El esquema básico de un modulador “click” se muestra en la Fig. 1.

A partir de una señal $f(t)$ de ancho de banda limitado a $[-\Omega_H, -\Omega_L] \cup [\Omega_L, \Omega_H]$, donde $0 < \Omega_L < \Omega_H < \infty$, y Ω_L es estrictamente mayor que cero para asegurar que $f(t)$ tiene componente de continua nula, se deriva una señal analítica $f_A(t) = f(t) + j\hat{f}(t)$, donde $\hat{f}(t) = f(t) * 1/(\pi t)$ es la transformada de Hilbert de $f(t)$. La señal analítica $f_A(t)$, con ancho de banda limitado a $[\Omega_L, \Omega_H]$, excita un modulador exponencial

$$z(t) = e^{-j f_A(t)} = e^{\hat{f}(t) - j f(t)}. \quad (3)$$

La salida $z(t) = x(t) + jy(t)$ del modulador exponencial también es analítica, pero se extiende ilimitadamente en la dirección positiva del eje de frecuencias. Bajo la restricción $|f(t)| < \pi/2$,

la prolongación analítica $z(\tau)$, $\tau \in \mathbb{C}$ de $z(t)$ está libre de ceros en $\text{Im}\{\tau\} \geq 0$, y entonces $[-j \log z(t)]$ coincide con $f(t)$.

La salida $z(t)$ del modulador exponencial se limita en banda con un filtro pasabajos con respuesta impulsiva $h_A(t)$ que permite el paso de las señales de frecuencia menor que Ω_S , y bloquea el paso de todas las frecuencias superiores a Ω_U , $0 < \Omega_L < \Omega_H < \Omega_S < \Omega_U < \infty$,

$$z_f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} z(\sigma) h_A(t - \sigma) d\sigma.$$

La salida $z_f(t) = x_f(t) + jy_f(t)$ del filtro sigue siendo analítica, y si $|z_f(t)| < \pi/2$, su prolongación analítica $z(\tau)$ también está libre de ceros en $\text{Im}\{\tau\} \geq 0$. Por lo tanto, la transformada de Fourier de $f_A(t) = j \log z(t)$ y la de $j \log z_f(t)$ coinciden en el rango de frecuencias $(-\infty, \Omega_S]$ siempre que $\Omega_L > 0$.

De acuerdo a los resultados expuestos en la sección anterior, la señal real definida como

$$\begin{aligned} s(t) &= \text{Re} \{ z_f^*(t) e^{j\Omega_P t} \} \\ &= x_f(t) \cos \Omega_P t + y_f(t) \text{sen} \Omega_P t \\ &= |z_f(t)| \cos [\Omega_P t - \arg z(t)], \end{aligned} \quad (4)$$

donde $\Omega_P > (\Omega_S + \Omega_U)/2$, tiene ceros simples y reales, y se puede determinar de manera única a partir del conocimiento de sus cruces por cero. La señal $s(t)$ es tipo pasabanda, y puede interpretarse como una banda lateral inferior con portadora. El ancho de banda de $s(t)$ está limitado a $[-\Omega_P, \Omega_P]$. El espectro de la señal

$$u(t) = s(t) e^{j\Omega_P t}, \quad (5)$$

queda confinado al intervalo $[0, 2\Omega_P]$. En particular, el espectro de $u(t)$ coincide con el de $z_f(t)$ en el rango entre $(-\infty, \Omega_S]$, de modo que también son idénticos los espectros de $j \log u(t)$, $j \log z_f(t)$ y de $f_A(t)$ en el intervalo $(-\infty, \Omega_S]$. Por lo tanto, la transformada de Fourier de la señal

$$v(t) = \text{Re} \{ j \log u(t) \} \quad (6)$$

donde se toma la rama principal del logaritmo, es idéntica en banda base $[-\Omega_S, \Omega_S]$ a la señal $f(t)$ original, y tiene componentes de alta frecuencia que están aisladas de la banda base por el intervalo $[\Omega_H, \Omega_S]$ (banda de guarda). Por lo tanto, la señal $f(t)$ puede recuperarse de $v(t)$ por convolución con un filtro pasabajos $H_R(s)$ con ganancia unitaria en $[-\Omega_H, \Omega_H]$ y rechazo de señales de frecuencia mayor que Ω_S ,

$$f_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\sigma) h_R(t - \sigma) d\sigma \quad (7)$$

donde $h_R(t)$ es la respuesta impulsiva del filtro reconstructor.

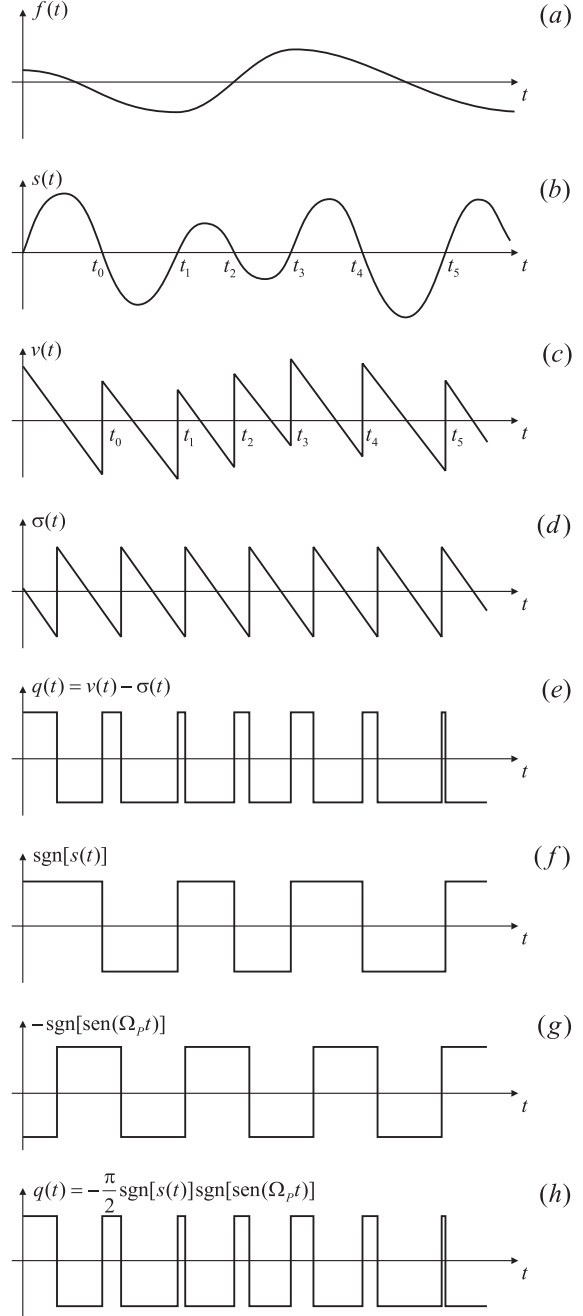


Fig. 2. Relación entre las formas de onda de la modulación click.

2.3 Generación de una señal binaria $q(t)$ con el mismo espectro que $v(t)$

La forma de onda de la función $v(t)$ se analiza con la ayuda de la Fig. 2. A partir de la función $f(t)$ [Fig. 2(a)] se calcula la señal $s(t)$ [Fig. 2(b)] según lo expuesto en la Sección 2.2. Notando $s(t) = |s(t)| e^{j \arg\{s(t)\}}$, de (5) y (6) resulta $v(t) = -\arg\{s(t)\} - \Omega_P t$, y se verifica que (Logan, 1984) $-\pi < v(t) + \arg\{s(t)\} \leq \pi$ [Fig. 2(c)]. Como $s(t)$ es una señal real, $\arg\{s(t)\} = (\pi/2)(\text{sgn}[s(t)] - 1)$ es una señal que varía entre 0 y $\pm\pi$ en cada cambio de signo de $s(t)$, de modo que $-\arg\{s(t)\} - \Omega_P t$ es una rampa negativa con saltos de $\pm\pi$, y por lo tanto, los ceros de $v(t)$ se deben tanto

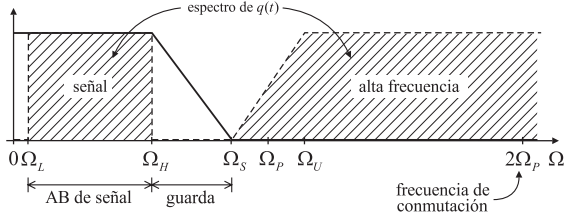


Fig. 3. Espectro de $q(t)$ que muestra la aislación entre la banda base y las componentes de alta frecuencia.

a los cambios de signo de $s(t)$ como al salto desde $(-\pi)$ a $(+\pi)$ debido al efecto de la rama principal del logaritmo sobre la rama $(-\Omega_P t)$. De acuerdo a la relación de frecuencias entre $s(t)$ y $e^{j\Omega_P t}$, los ceros de $s(t)$ están intercalados entre los ceros de $\text{sen}\Omega_P t$. Los cambios de fase introducidos por la rama $(-\Omega_P t)$ tienen período $2\pi/(2\Omega_P)$, e introducen distorsión en frecuencias múltiplos de $2\Omega_P$, que yace fuera de la banda de interés.

La observación cuidadosa de $v(t)$ sugiere una forma de generar una señal binaria $q(t)$ que exhiba las mismas características espectrales de $v(t)$. Un diente de sierra periódico $\sigma(t)$ [Fig. 2(d)] con período π/Ω_P , definido en un período como

$$\sigma(t) = \begin{cases} \pi/2 - \Omega_P t, & 0 < t < \pi/\Omega_P, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$$

y tal que $\sigma(t) = \sigma(t + \pi/\Omega_P)$, tiene espectro nulo en el rango $[-2\Omega_P, 2\Omega_P]$, como se observa calculando su expansión en serie ($\sigma(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (\text{sen } 2n\Omega_P t)/n$). Los ceros de $\sigma(t)$ coinciden con los ceros de $\text{sen}(\Omega_P t)$. Restando $\sigma(t)$ de $v(t)$ resulta una onda cuadrada o señal binaria $q(t)$ [Fig. 2(e)]

$$q(t) = v(t) - \sigma(t) = -\frac{\pi}{2} \text{sgn}[s(t)] \text{sgn}[\text{sen}(\Omega_P t)] \quad (8)$$

que queda determinada por la posición de los ceros de $s(t)$ [Fig. 2(f)] y de $\text{sen}(\Omega_P t)$ [Fig. 2(g)]. De acuerdo a la definición de $q(t)$ y a las propiedades espectrales de $v(t)$ y de $\sigma(t)$, el espectro de $q(t)$ y el de $v(t)$ son idénticos en el intervalo $[-\Omega_S, \Omega_S]$, y $\sigma(t)$ tiene espectro nulo en el rango $[-2\Omega_P, 2\Omega_P]$. En consecuencia, el espectro de $f(t)$ y el de $q(t)$ coinciden en el intervalo $[-\Omega_S, \Omega_S]$, como se observa en la Fig. 3, y por lo tanto $f(t)$ puede recuperarse a partir de $q(t)$ filtrando esta señal con un filtro pasabajos $H_R(s)$ que tenga ganancia unitaria hasta la frecuencia Ω_H y bloquee completamente las frecuencias superiores a Ω_S ,

$$f_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\sigma) h_R(t - \sigma) d\sigma.$$

La expresión (8) revela cómo obtener $q(t)$ a partir de $s(t)$ (Fig. 4).

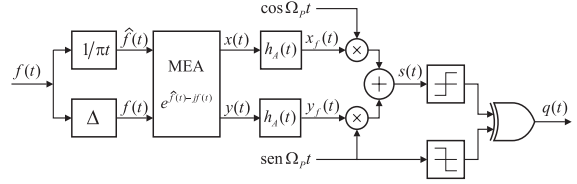


Fig. 4. Diagrama bloque para generar una señal binaria $q(t)$ cuyo espectro en banda base coincide con el de $f(t)$.

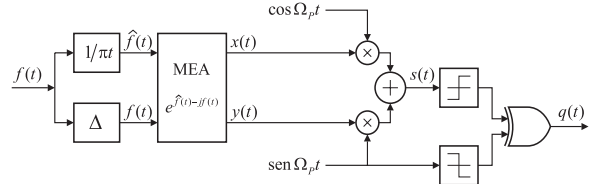


Fig. 5. Esquema de PWM natural (Wagh, 2001) y/o modulación de fase para BLU (Bedrosian, 1962).

2.4 Comparación con la modulación por ancho de pulsos

La modulación click introduce transiciones negativas de $q(t)$ donde la función $s(t)$ cambia de signo, *i.e.* cuando $\cos(\arg\{s(t)\} - \Omega_P t) = 0$ [ecuación (4)]. Los ceros de esta expresión ocurren cuando

$$\text{mod}\left(\arg\{s(t)\} + \frac{\pi}{2}\right) = \text{mod}(\Omega_P t) = \sigma(t) \quad (9)$$

y como $\sigma(t) = \text{mod}_\pi(\Omega_P t)$ es un diente de sierra [Fig. 2(d)], la modulación click presenta transiciones negativas cuando se verifica (9), y transiciones positivas periódicamente. Si se omite el filtro $h_A(t)$, y si $|f(t)| < \pi/2$, $\arg\{s(t)\} = -f(t)$, y en consecuencia, la modulación click se convierte en una modulación por ancho de pulso natural (PWMN, Wagh, 2001), como muestra la Fig. 5. La modulación click se puede pensar como una modificación de la modulación PWM o de la modulación de fase para BLU (Bedrosian, 1962); la inclusión del filtro pasabanda $h_A(t)$ evita que los productos de intermodulación de alta frecuencia se reflejen en la banda útil de la señal.

3. APLICACIÓN PARA AMPLIFICADORES CONMUTADOS

La primera aplicación de estas ideas en el diseño de amplificadores de audio fue reportada en (Streitemberger *et al.*, 1999), y la primera implementación práctica en (Streitemberger *et al.*, 2000). Las ventajas fundamentales son (i) la separación entre la banda útil de la señal y la banda donde aparecen los productos de intermodulación, que queda demostrada teóricamente, y (ii) la frecuencia fundamental de la señal binaria de salida no necesita ser extremadamente alta para asegurar

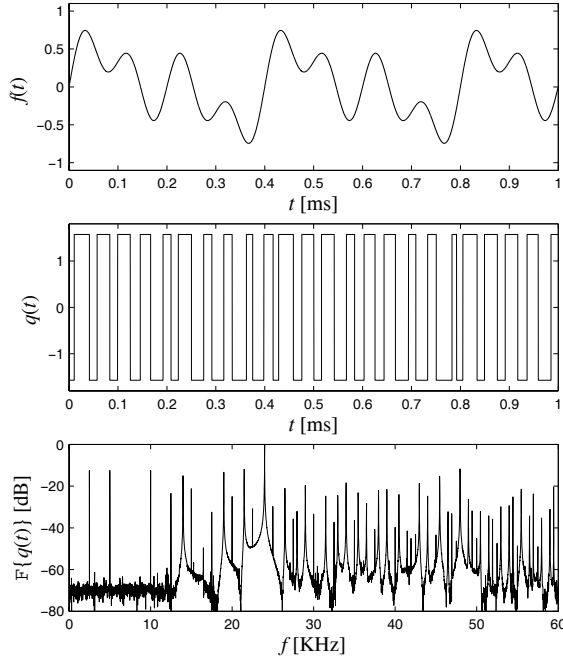


Fig. 6. Resultados de simulación de la modulación click. Señal temporal $f(t)$, señal binaria $q(t)$ y espectro de $q(t)$.

baja distorsión, como es el caso en la modulación PWM convencional. Sin embargo, para asegurar una buena resolución en la detección de los cruces por cero de $s(t)$ se necesitan velocidades de *procesamiento* elevadas, aunque el empleo de formadores de pulsos basados en contadores en anillos permiten obtener muy buena resolución con moderadas frecuencias de reloj (Streitemberger *et al.*, 2002). Por ello esta técnica es de aplicación más sencilla para pequeños anchos de banda, como el caso de señales de audio.

El procesamiento de señales necesario para desarrollar la modulación click excluye la implementación analógica, favoreciendo un diseño de tiempo discreto. El transformador de Hilbert y el filtrado pasabanda de la señal de entrada pueden implementarse con filtros FIR, aunque para generar una señal analítica es más eficiente el empleo de un filtro complejo (Reilly *et al.*, 1994).

Un aspecto crítico es la implementación del modulador exponencial, ya que el espectro de la salida $z(t)$ (Fig. 1) se extiende ilimitadamente en el eje de frecuencias positivas, y en consecuencia cualquier implementación discreta sufrirá una distorsión por *aliasing*. Este inconveniente puede solucionarse aplicando técnicas de sobremuestreo (*oversampling*, Streitemberger *et al.*, 2001), o bien aproximando la exponencial con una serie de potencias de orden N , que limita la máxima frecuencia de la salida $z(t)$ a $N\Omega_H$ (Logan, 1984).

De todos modos, la implementación en tiempo real de esta técnica de modulación, aún para señales de baja frecuencia como son las señales

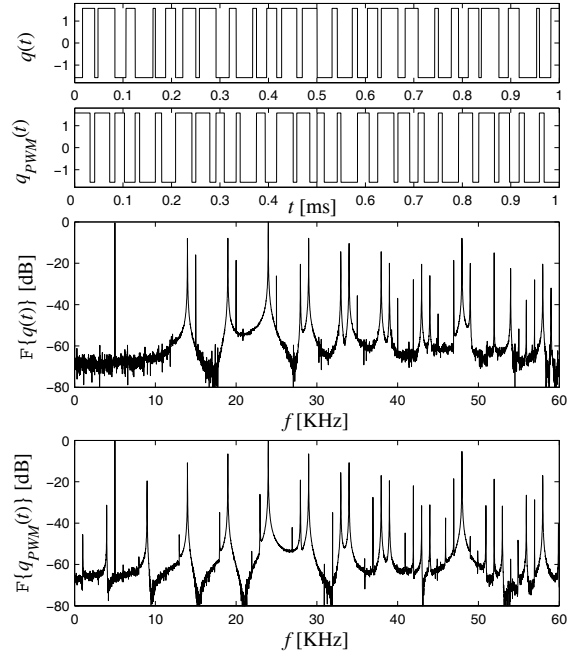


Fig. 7. Comparación de las modulaciones click y por ancho de pulso natural (PWMN). (a) señal binaria $q(t)$ (modulación click); (b) señal binaria $q(t)$ (PWMN); (c) espectro de la modulación click; (d) espectro PWM.

de audio, requiere el empleo de hardware de muy alta velocidad y varios DSPs que implementen las distintas etapas del proceso (Streitemberger *et al.*, 2002).

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El esquema de la Fig. 4 se simuló usando Matlab. La señal $f(t)$ está compuesta por tres tonos de frecuencias $f_1 = 2.5$ kHz, $f_2 = 5$ kHz y $f_3 = 10$ kHz. La frecuencia de la portadora es $\Omega_P = 2\pi 12000$. Para detectar con precisión el cruce por cero de la señal $s(t)$ se utilizó una frecuencia de muestreo elevada ($f_s = 10.24$ MHz). Esta frecuencia define la resolución de los anchos de pulso, pero no la frecuencia fundamental de conmutación de $q(t)$, que es $2\Omega_P$ rad/s. Como la señal $f(t)$ es de banda limitada, para el filtro de análisis $h_A(t)$ se utilizó un pasabajos con frecuencia de corte $\Omega_S = 2\pi 11000$. La ganancia del filtro para $\Omega > 2\pi 13000$ es pequeña, de modo que puede tomarse $\Omega_U = 13000$, y se verifica entonces que $\Omega_P \geq (\Omega_S + \Omega_U)/2$.

En la Fig. 6(a) se muestra la forma de onda de $f(t)$, y en la 6(b) la señal $q(t)$. El espectro de esta señal se ilustra en la 6(c), que revela los tres tonos de la moduladora, y los productos de intermodulación debidos a la modulación click. Se observa que no hay componentes espurias en el rango de frecuencias entre 0 y 12 kHz, y que la banda de guarda se extiende desde 10 kHz a 12 kHz. El piso

de ruido de -60 dB se debe a efectos de aliasing de la señal de salida del modulador exponencial y a la resolución en la detección de los cruces por cero de $s(t)$, que es de $\Omega_P/(\pi f_s) \simeq 1/427$, lo que se traduce en un nivel de ruido de -53 dB. Esta distorsión puede disminuirse utilizando una mayor frecuencia de muestreo, efectuando oversampling, o implementando métodos más elaborados de detección de cruce por cero (Streitenberger *et al.*, 2002). Esta etapa es la única que realmente requiere de altas velocidades de procesamiento.

En la Fig. 7 se comparan las modulaciones click [Fig. 7(a)] y por ancho de pulso [Fig. 7(b)], implementados según los esquemas de las Figs. 4 y 5, respectivamente, para una señal moduladora consistente en un tono de 5 kHz. En ambos casos la frecuencia fundamental es el doble de la portadora ($2\Omega_P = 2\pi 24000$ rad/s), pero el ancho de los pulsos varía en forma diferente. El contenido espectral de ambas señales también es distinto: mientras que el espectro de la modulación click [Fig. 7(c)] no tiene réplicas de armónicas superiores en la banda $[0, \Omega_S]$, el espectro de la señal PWM [Fig. 7(d)] presenta una serie de productos de intermodulación entre la señal y la portadora. Para frecuencias Ω superiores a $\Omega_P = 2\pi 12000$, el espectro de la modulación click es tiene mayor cantidad de componentes frecuenciales que el de la modulación PWM. La modulación click logra la separación entre la banda base de la señal y los componentes armónicos de alta frecuencia a costa de aumentar los armónicos indeseados fuera de la banda de interés.

5. CONCLUSIONES

Se han presentado en este trabajo los aspectos teóricos fundamentales de la modulación click. Se analizó su desempeño en base a simulaciones computacionales, y se compararon los resultados con los obtenidos con la técnica de modulación PWM. Este esquema de modulación asegura teóricamente que los productos de intermodulación no aparecen en una determinada banda de frecuencias de interés, y desplaza esa distorsión hacia frecuencias superiores. El costo de esta solución es un procesamiento intensivo de señales, y la necesidad de altas frecuencias de muestreo para reducir los efectos de aliasing y tener una mejor discriminación en la determinación de los ceros de ciertas señales. La tecnología actual limita la aplicación de esta técnica al rango de señales de audio.

Agradecimientos: Los autores agradecen a la SECyT de la UNS por el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

6. REFERENCIAS

- Bedrosian, E. (1962). The Analytic Signal Representation of Modulated Waveforms. *Proc. IRE*, **50**, 2071–2076.
- Black, H. S. (1953). *Modulation Theory*, Van Nostrand, New York.
- Bresch, H., M. Streitenberger, y W. Mathis (1998). About the demodulation of PWM-signals with applications to audio amplifiers. *IEEE Int. Symp. on Circ.Syst. (ISCAS 98)*, Monterrey, California, EE. UU., Mayo 31 a Junio 3, **1**, 205–208.
- Hiorns, R. E. y M. B. Sandler (1993). Power Digital to Analogue Conversion using Pulse Width Modulation and Digital Signal Processing. *IEE Proc.-G*, **140**, (5), 329–338.
- Johansen, M. y K. Nielsen (1999). A Review and Comparison of Digital PWM Methods for Digital Pulse Modulation Amplifier (PMA) Systems. *107th AES Convention*, Nueva York, EE. UU., Septiembre 24 al 27, Paper 5039, 1–35.
- Logan, B. F. (1977). Information in the zero-crossing of bandpass signals. *Bell Syst. Tech. J.*, **56**, (4), 487–510.
- Logan, B. F. (1978). Theory of Analytic Modulation Systems. *Bell Syst. Tech. J.*, **57**, (3), 491–576.
- Logan, B. F. (1984). Click Modulation. *AT&T Bell Lab. Tech. J.*, **63**, (3), 401–423.
- Reilly, A., G. Frazer y B. Boashash (1994). Analytic Signal Generation - Tips and Traps. *IEEE Trans. Signal Proc.*, **42**, (11), 3241–3245.
- Sandler, M. B. (1993). Digital-to-Analogue Conversion using Pulse Width Modulation. *Elect & Comm. Eng. J.*, **5**, (6), 339–348.
- Streitenberger, M., H. Bresch y W. Mathis (1999). A new concept for high performance class D audio amplification. *106th AES Convention*, Munich, Alemania, Mayo 8 al 11, Paper 4941(01), 1–10.
- Streitenberger, M., H. Bresch y W. Mathis (2000). Theory and implementation of a new type of digital power amplifier for audio applications. *IEEE Int. Symp. on Circ.Syst. (ISCAS 2000)*, Génova, Italia, Mayo 28 al 31, **1**, 511–514.
- Streitenberger, M., H. Bresch, J. Kaszubiak y T. Schindler (2002). A new approach to high speed digital pulse-formers based on ring oscillators for PWM and class-D applications. *112th AES Conv.*, Munich, Alemania, Mayo 10 al 13, Paper 5632, 1–4.
- Streitenberger, M., F. Felgenhauer, H. Bresch y W. Mathis (2001). Zero position Coding (ZePoC) - A Generalized concept of Pulse-Length Modulated Signals and its Application to Class-D Audio Power Amplifiers. *110th AES Conv.*, Amsterdam, Holanda, Mayo 12 al 15, Paper 5365, 1–9.
- Streitenberger, M., F. Felgenhauer, H. Bresch y W. Mathis (2002). Class-D audio amplifiers with separated baseband for low-power mobile applications. *1st IEEE Int. Conf. Circ. Syst. Comm. (ICCSC '02)*, San Petersburgo, Rusia, Junio 26 al 28, 186–189.
- Titchmarsh, E. C. (1926). The zeros of certain integral functions. *Proc. London Math. Soc., 2nd Series*, **25**, 283–302.
- Wagh, P. (2001). Closed-Form Spectral Analysis of Pulse-Width Modulation. *IEEE Int. Symp. on Circ.Syst. (ISCAS 2001)*, Mayo 6 al 9, Darling Harbour, Sidney, Australia, **2**, 799–802.