

Contenidos

- Modulación.
- Diseño de Distancia Mínima.
- Desempeño en ruido.
- Detección.
- Ecuación óptima.
- Ecuación adaptativa.

Modulación

- Introducción.
- PAM bandabase
 - Criterio de Nyquist.
- PAM pasabanda.
- Filtro acoplado
 - espectro disperso
- Modulación de pulsos ortogonales
 - Criterio de Nyquist generalizado.
- Combinación PAM y pulsos ortogonales
 - Modulación Multiportadora.
 - CDMA.

Diseño de Distancia Mínima

- Espacio de señales.
- Diseño en base a distancia mínima.
- Aplicación a diferentes modulaciones
 - Pulsos aislados
 - Con ISI.
- Ancho de banda y dimensionalidad.

Desempeño en Ruido

Procesos Gaussianos complejos.

- Prob. de error: Resultados generales.
- Prob. de error PAM.
- Desempeño de Distancia Mínima.
 - Pulso aislado PAM
 - Pulsos ortogonales
 - Combinación PAM- pulsos ortogonales.
- Desempeño de Distancia Mínima para PAM con ISI.
- Espectro Disperso.
- Capacidad y Modulación.

Detección

- Detección de un símbolo.
- Detección de un vector señal.
- Señales conocidas en ruido Gaussiano.
- Detección no coherente óptima.
- Detección óptima de PAM con ISI.
- Detector de secuencias: Algoritmo de Viterbi.

Ecualización Óptima

- Criterio de ISI nula.
- Métodos de ecualización generalizados.
- Ecualización de espaciamiento fraccionario.
- Ecualizadores FIR.
- ISI y Capacidad de canal.

Ecualización Adaptiva

- Ecualizadores de complejidad reducida.
- Ecualizador lineal adaptivo.
- DFE adaptivo.
- Ecualizador de espaciamiento fraccionario.
- Ecualización pasabanda.

Modulación

- Introducción.
- PAM bandabase
 - Criterio de Nyquist.
- PAM pasabanda.
- Filtro acoplado
 - espectro disperso
- Modulación de pulsos ortogonales
 - Criterio de Nyquist generalizado.
- Combinación PAM y pulsos ortogonales
 - Modulación Multiportadora.
 - CDMA.

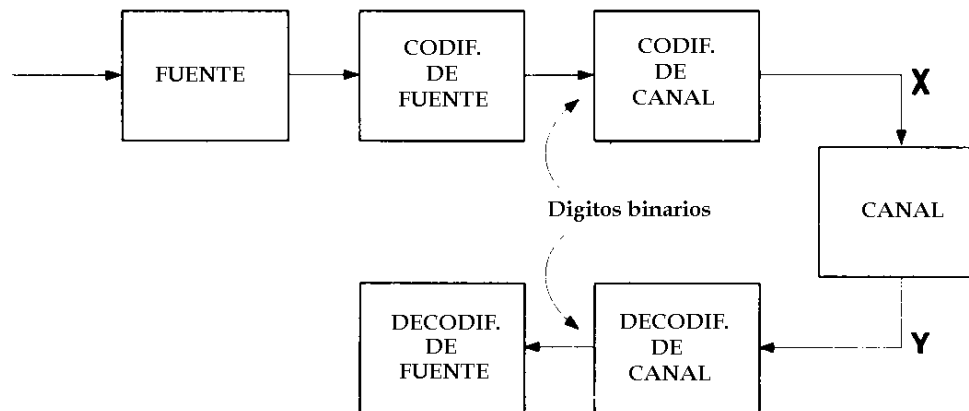
Modelo de canal desde la perspectiva de Teoría de la Información

- **Receptor interno:**

- produce una secuencia tal que el *canal sincronizado* tenga una capacidad próxima al límite.

- **Receptor externo:**

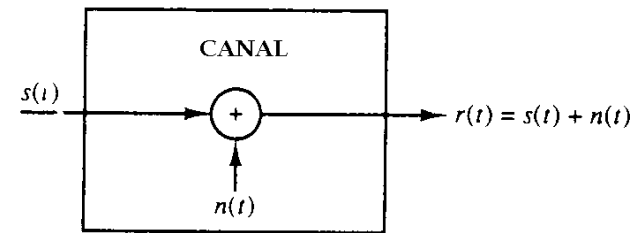
- decodifica en forma óptima secuencia transmitida.



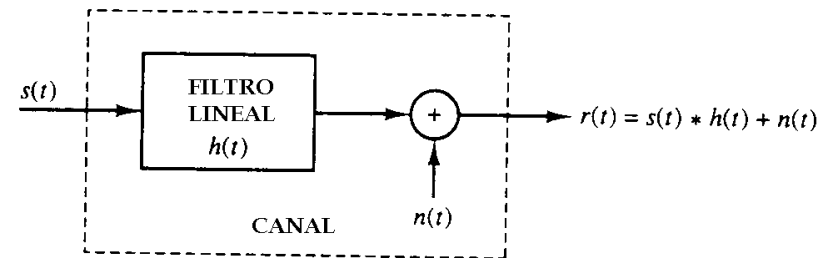
- Cual es la mas alta taza de compresión? (resp.: la entropía H).
- Cual es la máxima velocidad de transmisión? (resp.: la capacidad del canal C).

Modelos de canales Típicos

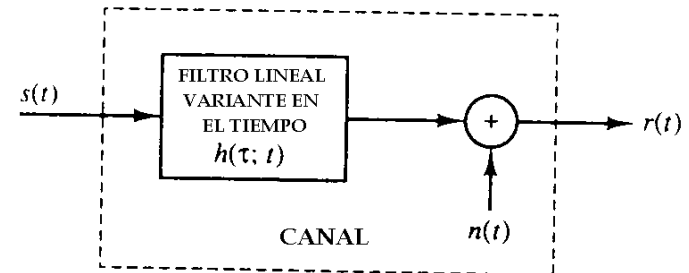
Canal aditivo (AWGN)



Canal aditivo con distorsión lineal

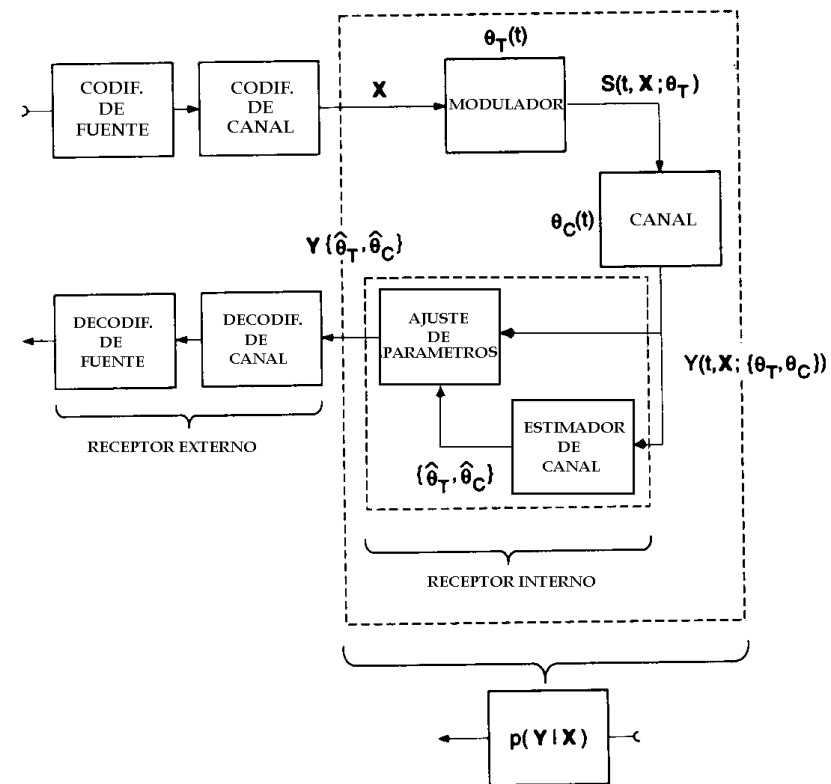


Canal aditivo con distorsión variante en el tiempo



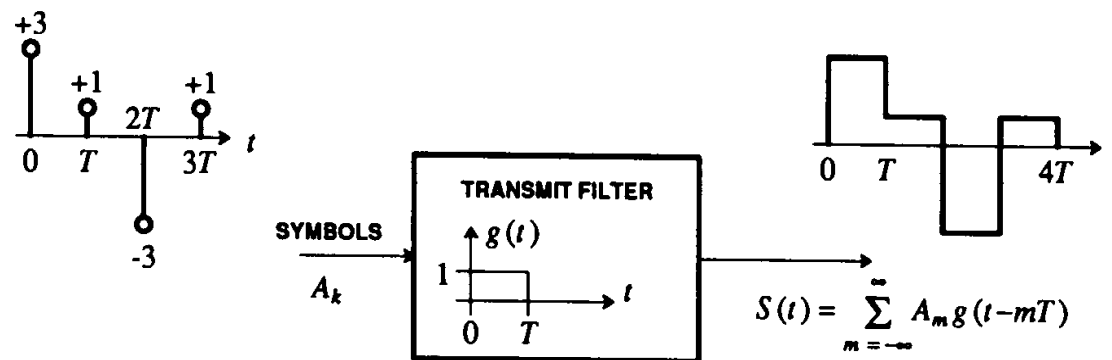
Esquema funcional de un sistema de comunicaciones

- Si canal AWGN, $\theta = (\hat{\theta}_T, \hat{\theta}_C)$ pueden suponerse constantes pero desconocidos (i.e.: estimación inicial y luego uso).
- Si canal inalámbrico: $y(t, x, (\hat{\theta}_T, \hat{\theta}_C))$, i.e., es necesaria la estimación acoplada de datos y parámetros. Solución: **transmisión en bloques** (frames).



Elementos de un sistema de comunicaciones

- Canal, 3 tipos: AWGN, Distorsión lineal, desvanecimiento multicamino
- Transmisor: transforma de símbolos a señales



Elementos de un sistema de comunicaciones (cont.)

- Receptor: decisión, temporización, estimación.
- Medidas de desempeño:

velocidad límite

$$C_S = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_x^2}{\sigma^2} \right)$$

Eficiencia espectral

$$\nu = \frac{\text{veloc. [bits/seg]}}{\text{ancho de banda [Hz]}} = \frac{\log_2 \Omega_A}{BT}$$

Elementos de un sistema de comunicaciones (cont.)

Esquema básico:

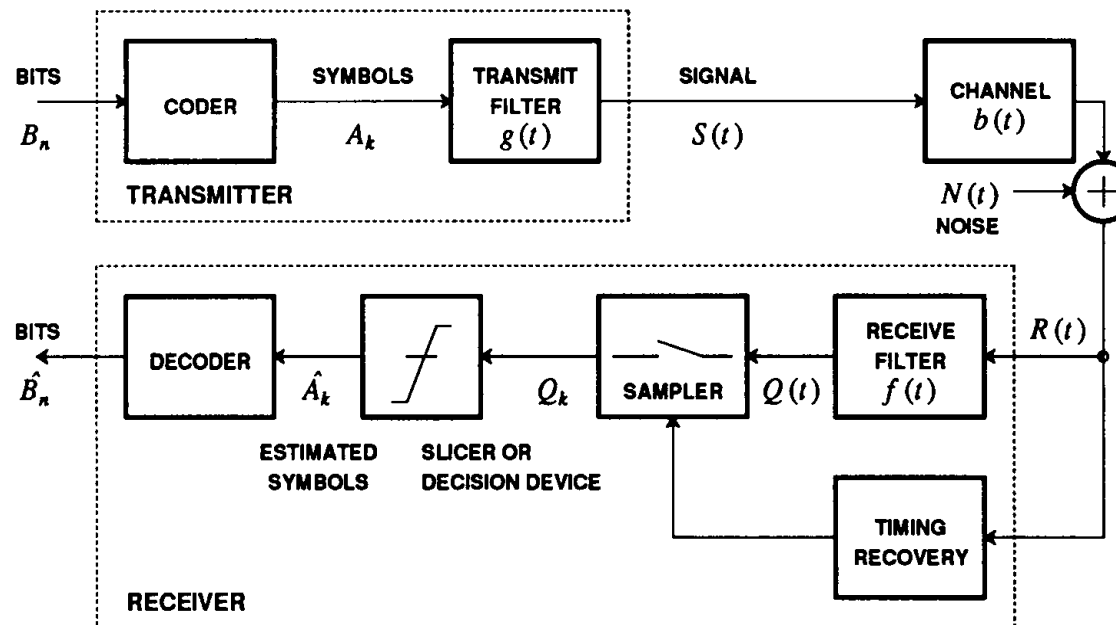


Figure 6-1. A baseband digital communication system, showing transmit coder, transmit filter, channel, receive filter, sampler and timing recovery, decision, and decoder.

PAM bandabase

$$S(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m g(t + \Theta - mT)$$

DEP PAM $S_S(j\omega) = \frac{1}{T} |G(j\omega)|^2 S_A(e^{j\omega T}) = \frac{\sigma_A^2}{T} |G(e^{j\omega})|^2$

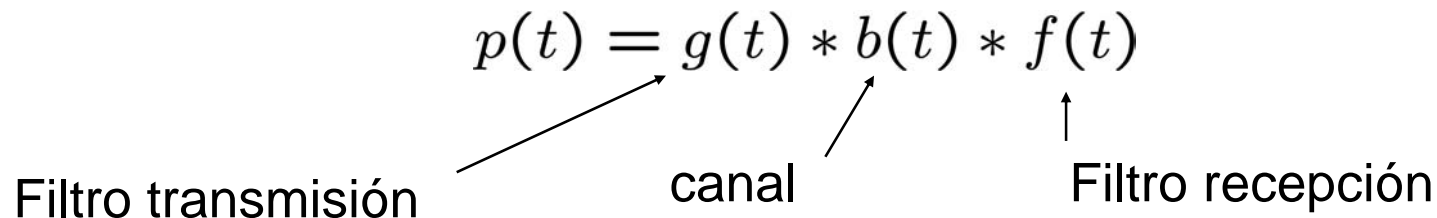
Si Canal ideal $B(j\omega) = \begin{cases} 1; & |\omega| < W \\ 0; & |\omega| \geq W \end{cases}$

Pulso básico $G(j\omega) = \begin{cases} \pi/W; & |\omega| < W \\ 0; & |\omega| \geq W \end{cases} \quad g(t) = \frac{\sin(Wt)}{Wt}$

Interferencia intersímbolo (ISI)

Salida muestreada receptor

$$\begin{aligned} Q_k &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m p(kT - mT) + U(kT) \\ &= A_k p(0) + \underbrace{\sum_{m \neq k} A_m p(kT - mT)}_{\text{ISI !!}} + U(kT) \end{aligned}$$



Critério de Nyquist

Condición de ISI nula:

$$p(kT) = \delta_k \quad Q(kT) = A_k + U_k$$

Lo que se puede escribir como

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} P(j\omega - jk\frac{2\pi}{T}) = 1.$$

Entonces, se cumple si ancho de banda de $p(t)$, B verifica

$$B \geq \frac{\pi}{T}$$

Critério de Nyquist (cont.)

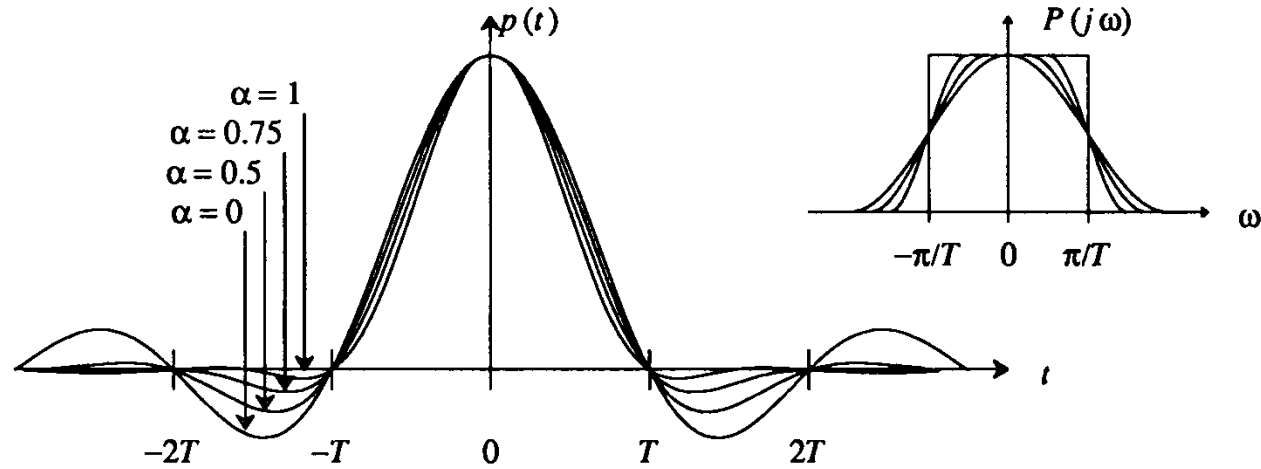


Figure 6-3. A family of pulses with zero crossings at multiples of T , for four values of α , the roll-off factor. The Fourier transform of the pulses is also shown. Note the raised-cosine shape, and the excess bandwidth that increases with α from 0% to 100%.

Condição de ISI nula: exemplos de alternativas

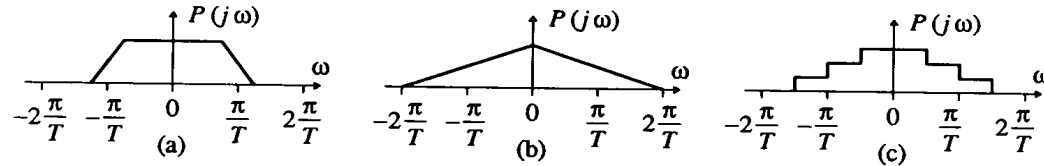


Figure 6-4. The Fourier transform of some pulses that satisfy the Nyquist criterion.

Ejemplo de PAM bandabase sin ISI, diagrama de ojo.

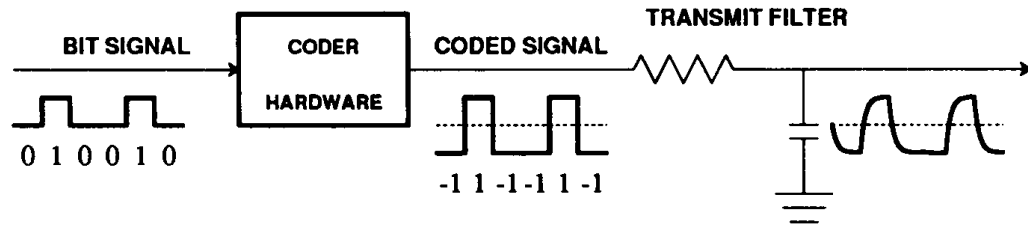


Figure 6-9. A crude baseband binary PAM transmitter that can be used when the channel capacity is much greater than the desired bit rate.

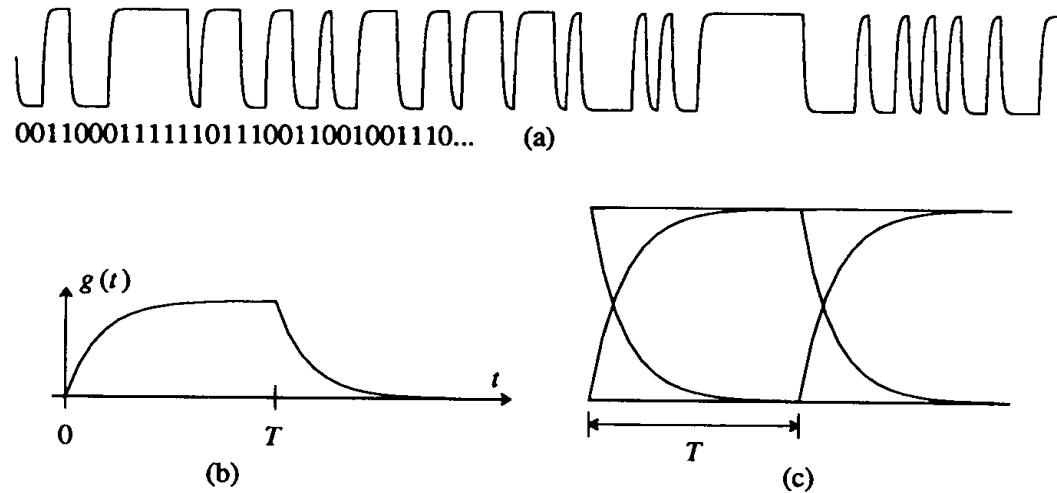


Figure 6-10. The first order RC filter in Figure 6-9 produces the signal shown in (a), representing the digital data shown immediately below the signal. In (b) the pulse shape is displayed for two symbol intervals. In (c) the eye diagram is shown. Note that the eye is wide open.

Ejemplo de PAM bandabase, con ISI.

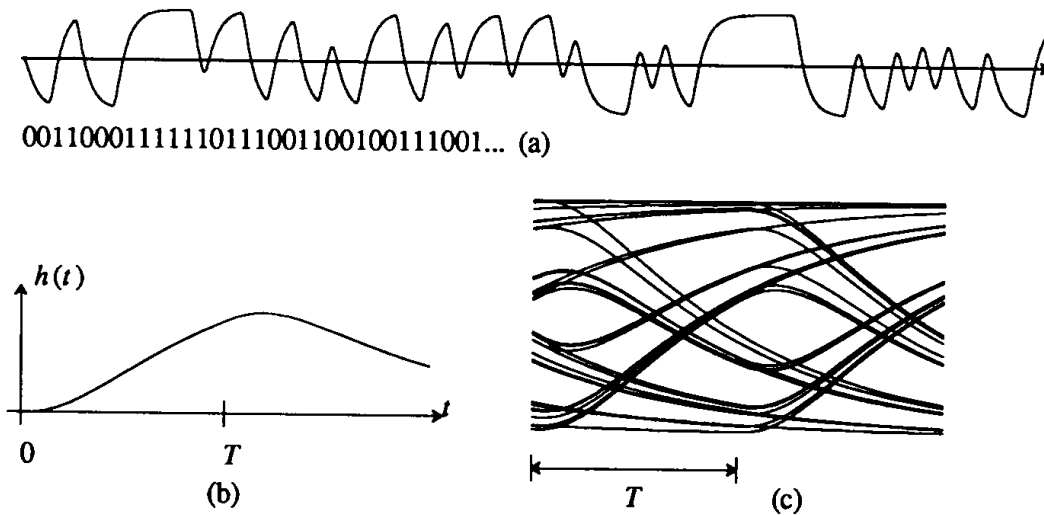


Figure 6-11. The signal of Figure 6-10 has been put through a second order Butterworth filter with cutoff (3 dB) frequency at the symbol rate. The time function is shown in (a), the pulse shape at the receiver in (b), and the eye diagram in (c). Notice that the eye is relative-ly closed.

→ para evitar ISI y minimizar ruido

$$F(jw) = \begin{cases} \frac{P(jw)}{B(jw)G(jw)}; & w \text{ tal que } B(jw)G(jw) \neq 0 \\ 0; & w \text{ tal que } B(jw)G(jw) = 0 \end{cases}$$

Si no es posible: Ecualización (lineal, DFE, Viterbi).

Representación de señales pasabanda.

Divisor de fase $\Phi(j\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \geq 0, \\ 0, & \omega < 0 \end{cases}$

tal que $\phi(t)$ (respuesta impulsiva) compleja. Entonces salida = *señal analítica*.

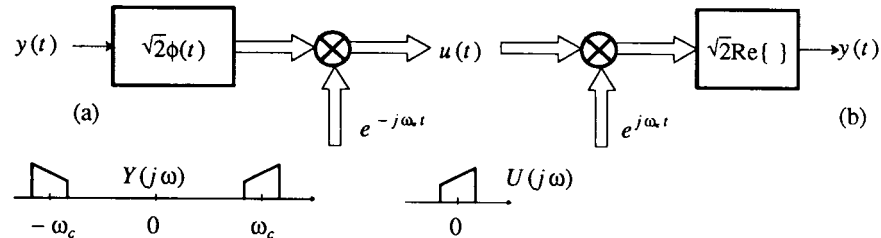
Transformada de Hilbert $H(j\omega) = -j \operatorname{sign}(\omega)$

tal que $h(t)$ (respuesta impulsiva) real. Si entrada es $x(t)$, la salida será $\hat{x}(t)$

Ejemplo: Si una entrada real al divisor de fase es $x(t)$, entonces la salida será:

$$1/2[x(t) + j\hat{x}(t)]$$

Representación bandabase de señales pasabanda.



- Obtención de la representación banda base compleja $u(t)$ a partir de una señal pasabanda $y(t)$. a) Obtención de $u(t)$ de $y(t)$. b) Recuperación de $y(t)$ de $u(t)$.

- Se incluye el factor de escala $\sqrt{2}$ para que ambas señales tengan la misma energía.

- Matemáticamente, la señal compleja banda base puede expresarse por

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(y(t) + j\hat{y}(t))e^{-j\omega_c t}$$

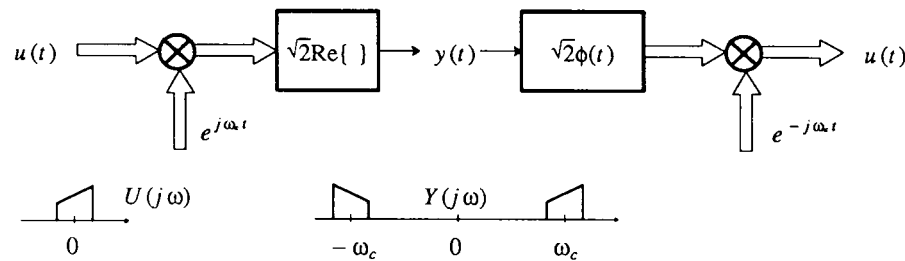
- La señal original pasabanda puede recuperarse de la representación banda base compleja a través de

$$y(t) = \sqrt{2} \text{Re}\{u(t)e^{j\omega_c t}\}$$

que se denomina *representación canónica*.

Formas convencionales de modulación

Un modulador convierte una señal banda base compleja $u(t)$ en una señal pasabanda real $y(t)$, simplemente revirtiendo la figura anterior, o sea



Todas las técnicas de modulación comúnmente usadas pueden representarse en esta forma:

- AM-DSB,
- AM-SSB y
- QAM.

Se distinguen por como mapean la señal que lleva información (moduladora) en la señal banda base compleja $u(t)$.

Formas convencionales de modulación

- **AM-DSB**, moduladora $a(t)$ se mapea en una señal pasabanda haciendo $u(t)=a(t)$. La señal banda base $u(t)$ es real y tiene DEP simétrica alrededor de portadora.

$$y(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{a(t)e^{j\omega_c t}\} = \sqrt{2}a(t) \cos(\omega_c t)$$

La señal pasabanda es compleja con simetría conjugada alrededor de la portadora ya que la señal banda base es real.

- **AM-SSB**: real $a(t)$, pero señal banda base compleja se obtiene con divisor de fase

$$u(t) = 1/2[a(t) + j\hat{a}(t)].$$

Como la señal banda base es analítica, la señal pasabanda tiene solo componentes de frecuencia correspondientes a la banda por encima de la portadora.

- **QAM**: se tienen dos señales moduladoras reales $a(t)$ y $b(t)$ tal que $u(t) = a(t) + j b(t)$. La señal banda base compleja no es ni analítica ni tiene simetría compleja alrededor de cc. La señal pasabanda tiene en bandas laterales superior e inferior y no tiene una simetría particular alrededor de portadora.

$$y(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{(a(t) + jb(t))e^{j\omega_c t}\} = \sqrt{2}a(t) \cos(\omega_c t) - \sqrt{2}b(t) \sin(\omega_c t)$$

PAM pasabanda.

Señal banda base (QAM en general)
compleja

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT)$$

Señal pasabanda correspondiente

$$x(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{s(t)e^{j\omega_c t}\}$$

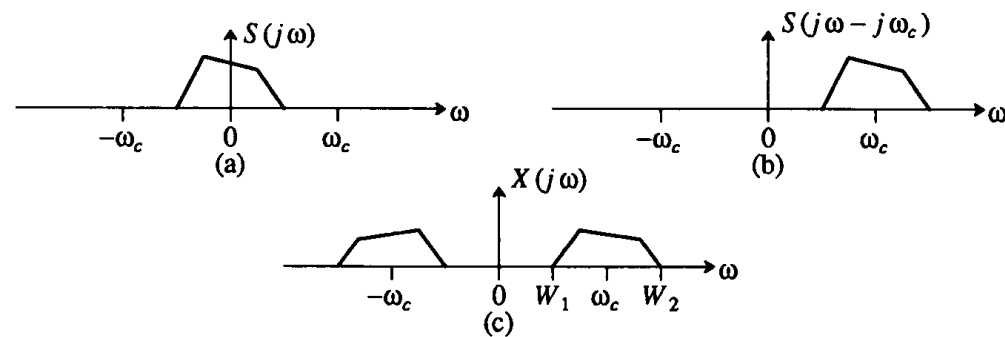


Figure 6-13. An example of a baseband signal (a), shown in the frequency domain, its analytic passband equivalent (b), and its real-valued passband equivalent (c).

PAM pasabanda: transmisión

$$x(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left\{ e^{j\omega_c t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT) \right\}$$

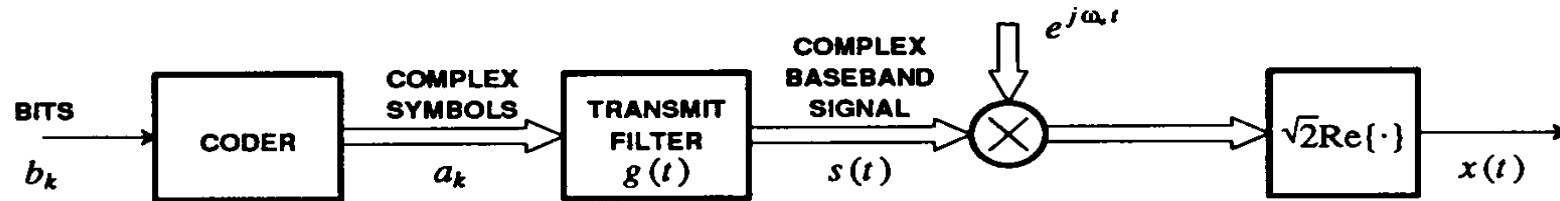


Figure 6-14. A passband PAM modulator. The most important difference from a baseband PAM modulator is that the coder maps bits into complex-valued data symbols.

PAM pasabanda (cont.): transmisor

Si $g(t)$ es real

$$x(t) = \sqrt{2} \left[\cos(\omega_c t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{Re}\{a_k\} g(t - kT) \right] - \sqrt{2} \left[\sin(\omega_c t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{Im}\{a_k\} g(t - kT) \right]$$

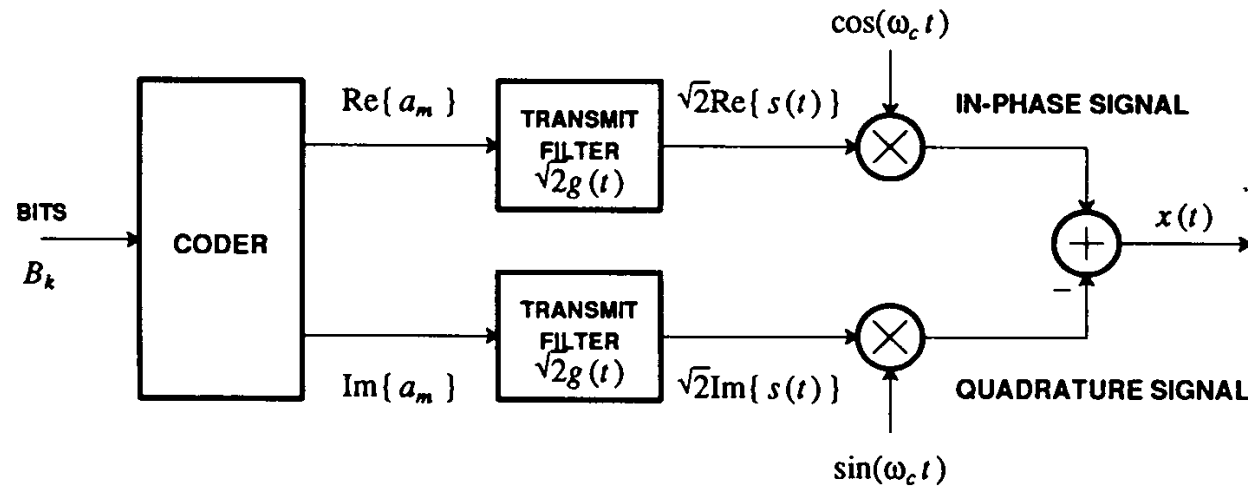


Figure 6-15. A passband PAM transmitter. It performs the same function as the transmitter in Figure 6-14 when the transmit filter $g(t)$ is real-valued.

PAM pasabanda (cont.): recepción

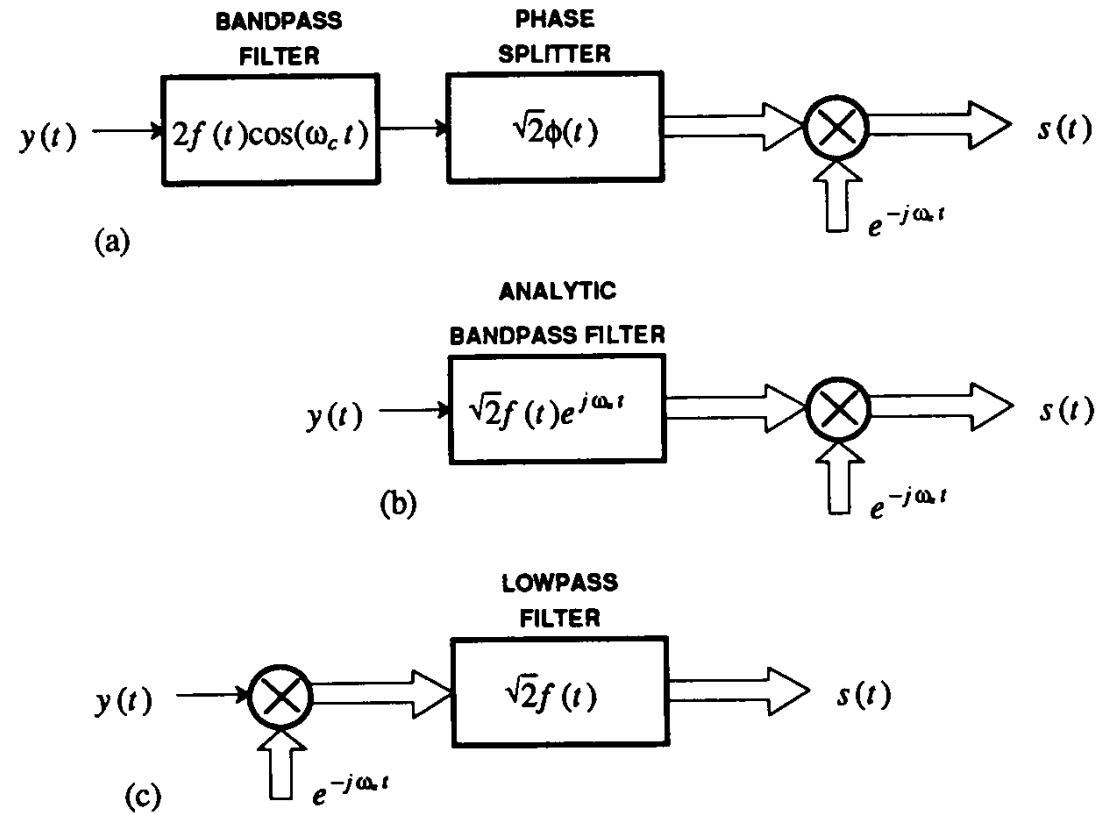


Figure 6-16. Three equivalent demodulator structures obtained from Figure 2-6 by adding a passband receive filter with equivalent baseband impulse response $f(t)$.

PAM pasabanda (cont.): recepción

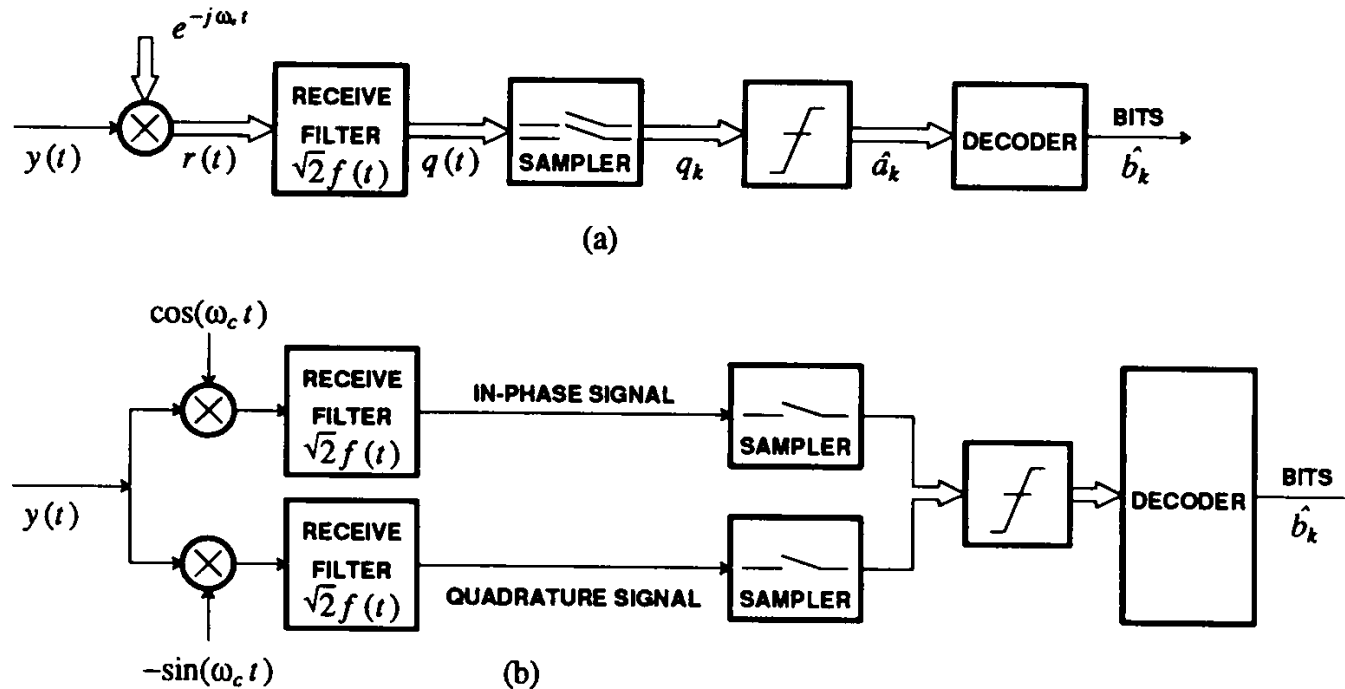


Figure 6-18. A demodulator plus baseband receive filter structure for a passband PAM receiver. (a) In terms of complex-valued signals, and (b) the equivalent structure in terms of real-valued signals assuming the receive filter $f(t)$ is real-valued. The detector structure is similar to the baseband case, except that the slicer is designed for complex-valued data symbols.

PAM pasabanda (cont.): recepción

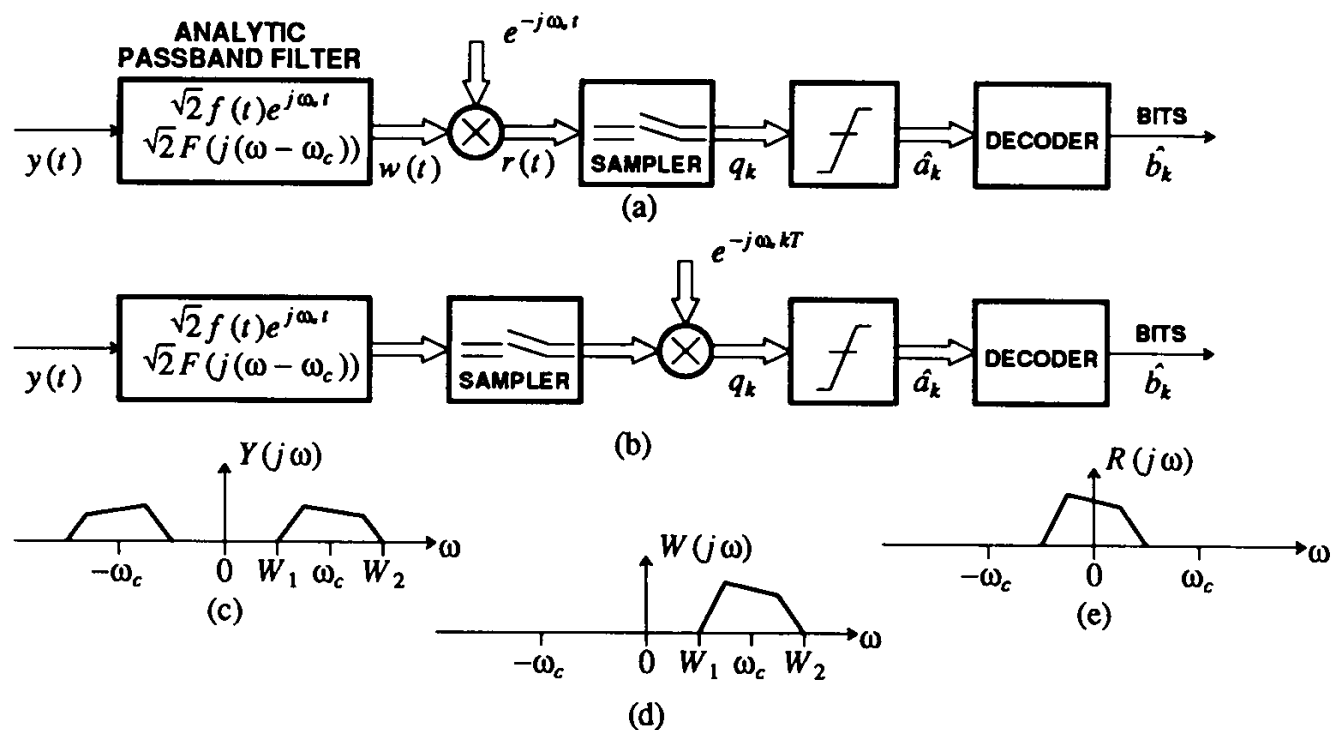


Figure 6-19. Two receivers equivalent to Figure 6-18 using an analytic passband filter. Also shown are the Fourier transforms of the deterministic received signal (c), the output of the analytic passband filter (d), and the output of the demodulator (e).

Ruido a la salida del receptor

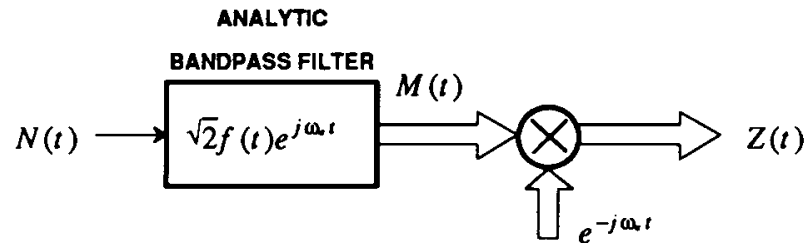


Figure 6-20. The demodulator of Figure 6-16b with noise only at its input.

Si solo existe ruido ($N(t)$) a la entrada del receptor, a la salida del filtro de recepción el ruido será:

$$S_M(j\omega) = 2N_o |F(j(\omega - \omega_c))|^2$$

Entonces, como

$$R_Z(\tau) = e^{-j\omega_c \tau} R_M(\tau)$$

$$S_Z(j\omega) = S_M(j(\omega + \omega_c)) = 2N_o |F(j\omega)|^2$$

Canal bandabase equivalente

Si $B(j\omega)$ es la resp. en frec. del canal y $G(j\omega)$ es la TF del pulso transmitido, el pulso bandabase recibido será

$$H(j\omega) = B(j(\omega + \omega_c))G(j\omega)$$

Entonces, si $F(j\omega)$ es la TF del filtro de recepción,

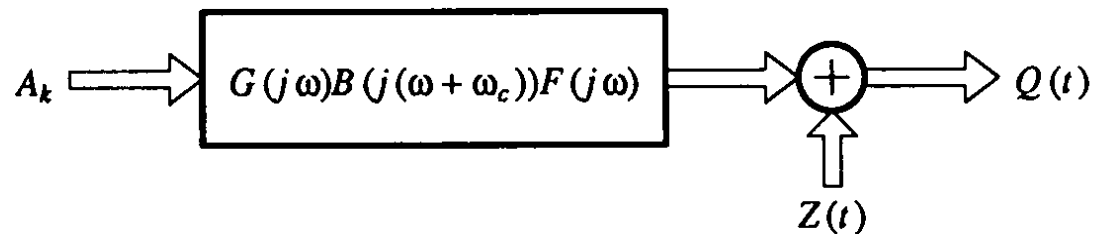


Figure 6-21. Equivalent baseband channel model including modulator and demodulator, transmit and receive filter, and channel. The noise $Z(t)$ is the channel noise after filtering and demodulation.

Representación discreta equivalente

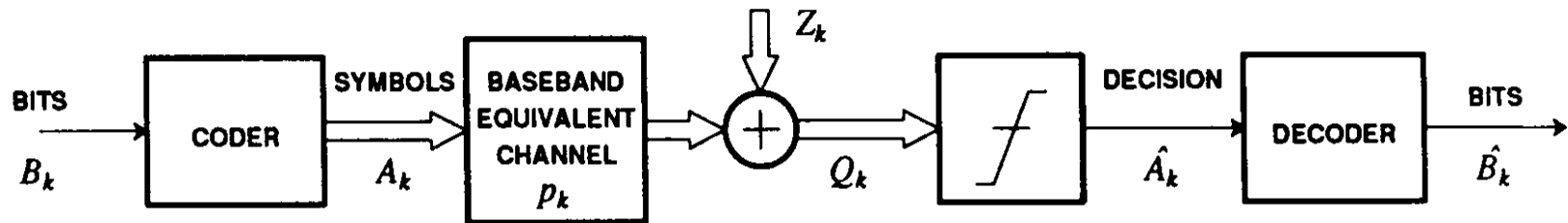


Figure 6-22. A passband communication system can be modeled using a complex-valued discrete-time channel.

$$P(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G[j(\omega - \frac{2\pi}{T}k)] B_E[j(\omega - \frac{2\pi}{T}k)] F[j(\omega - \frac{2\pi}{T}k)]$$

Receptor PAM completo

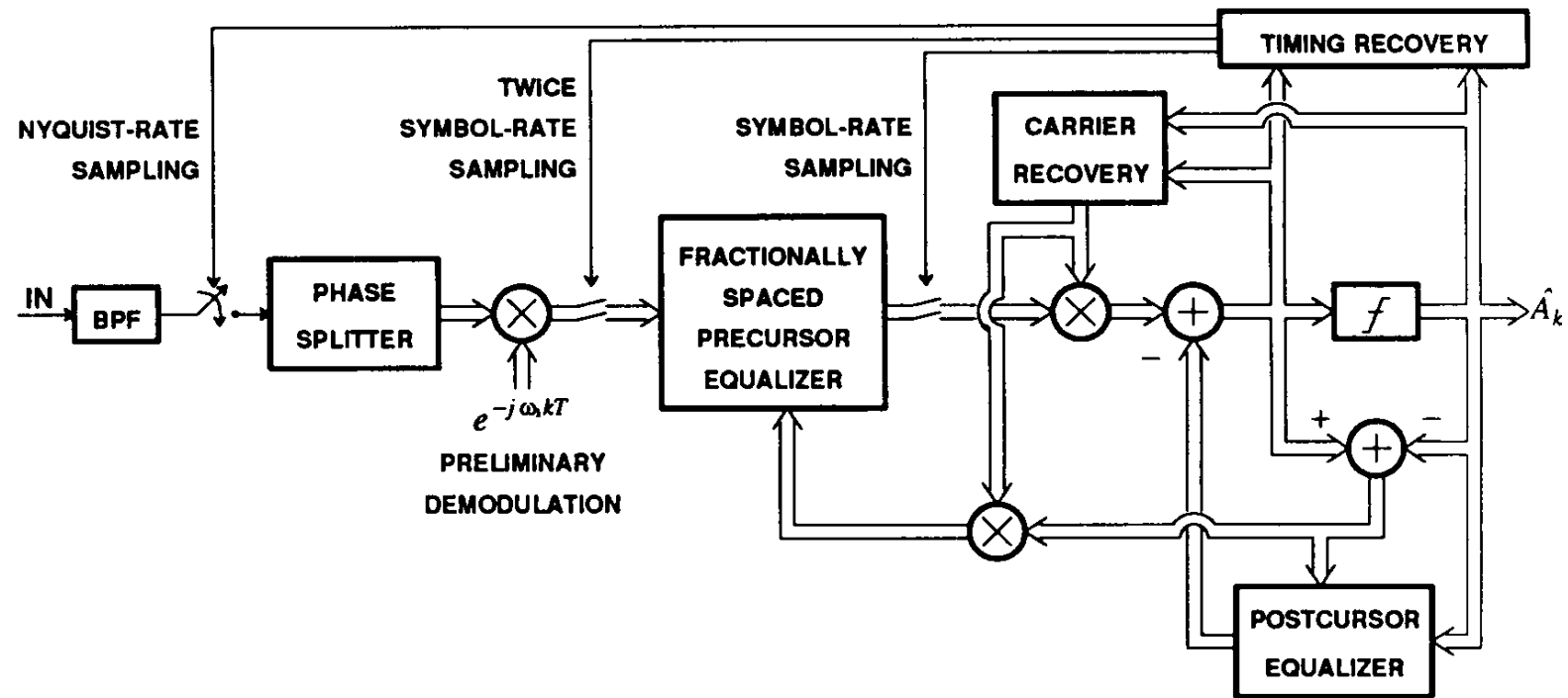


Figure 6-23. Block diagram of a typical passband PAM receiver.

Diseño del alfabeto

Constelación

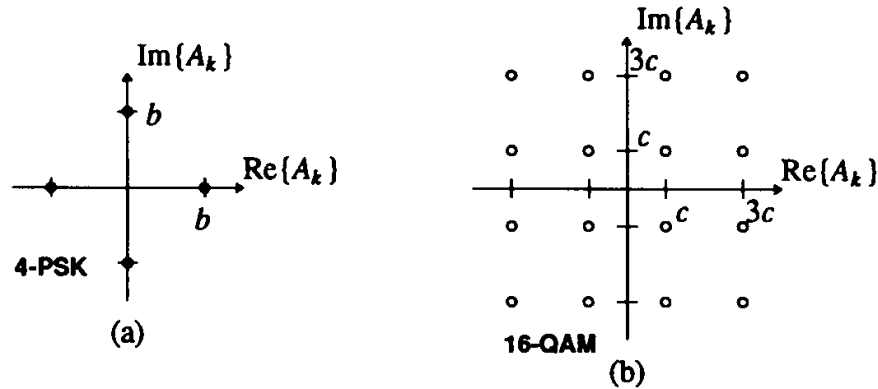


Figure 6-24. Two popular constellations for passband PAM transmission. The constants b and c affect the power of the transmitted signal.

Efectos del ruido

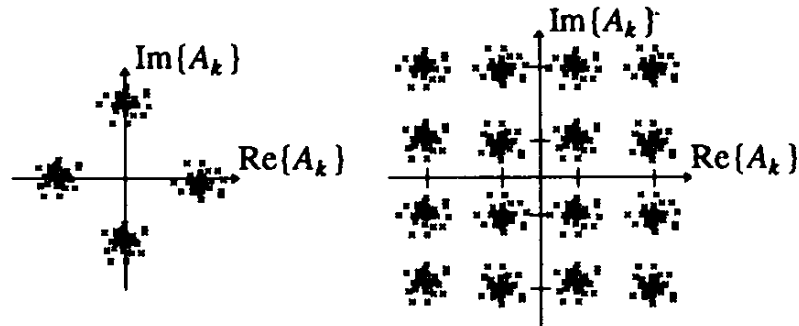


Figure 6-25. Received samples perturbed by additive Gaussian noise form a Gaussian cloud around each of the points in the signal constellation.

Diseño del alfabeto

Umbrales de decisión

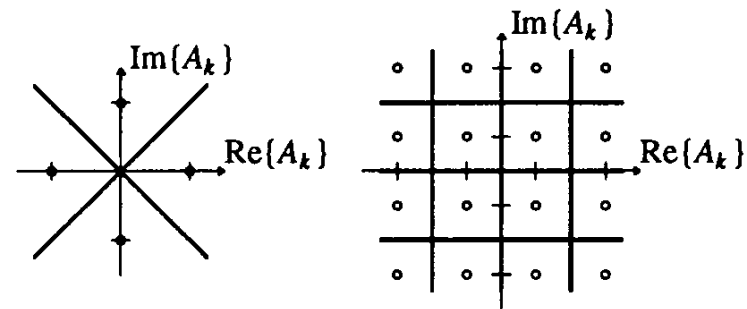


Figure 6-26. The ML detectors for the constellations in Figure 6-24 have the decision regions shown.

Diseño de la constelación: ejemplos...

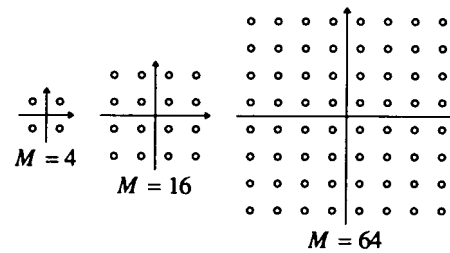


Figure 6-27. Some QAM constellations.

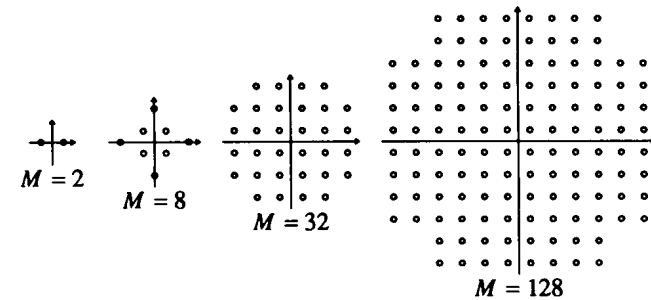


Figure 6-28. Cross constellations.

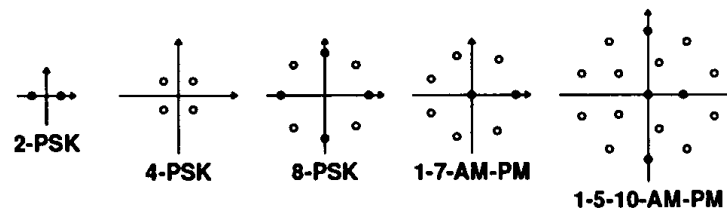


Figure 6-29. Constellations using phase-shift keying and amplitude modulation.

Codificación diferencial y DPSK

Como las constelaciones útiles son invariantes rotacionalmente, existirá una ambigüedad de fase, en general de $\pi/2$.

La ambigüedad se elimina con *Codificación Diferencial*.

Para PSK los símbolos tienen la forma: $A_k = e^{j\phi_k}$, tal que

$$\phi_k = \phi_{k-1} + \Delta_k$$

entonces, *detección coherente* ó *detección diferencial*.

Codificación diferencial y DPSK

Si la entrada al detector es: $Q_k = e^{j\phi_k + \theta_k} + Z_k$

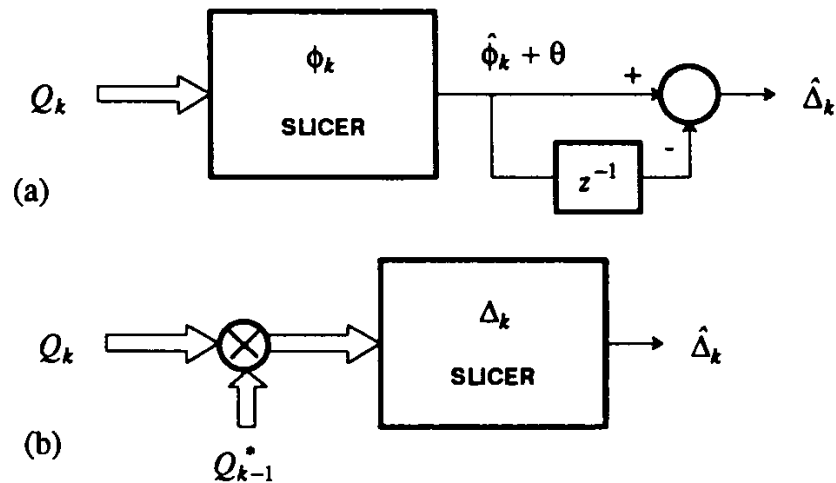


Figure 6-32. Two detection techniques for DPSK. (a) Coherent, which requires an accurate phase reference, and (b) differential, which allows an arbitrary slowly-varying phase rotation of the data symbols.

Eficiencia Espectral PAM

$$\nu = \frac{\log_2 M}{BT}$$

Bandabase: para el ancho de banda mínimo (Nyquist) , $B=1/2T$: $\nu = 2 \log_2 M$

Pasabanda: doble de ancho de banda anterior, $\nu = \log_2 M$

QAM: N por portadora, $\nu = \log_2 N^2 = 2 \log_2 N$

Filtro acoplado: estudio para un pulso aislado

Diseño del filtro de recepción $f(t)$, independientemente de la ISI.

Caso bandabase

Maximización de:

$$SNR_o = \frac{\sigma_A^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(-\tau) d\tau \right]^2}{\sigma^2}$$

Solución:

$$f(t) = Kh(-t)$$

tal que

$$SNR_o \leq \frac{\sigma_A^2 \sigma_h^2}{N_0}$$

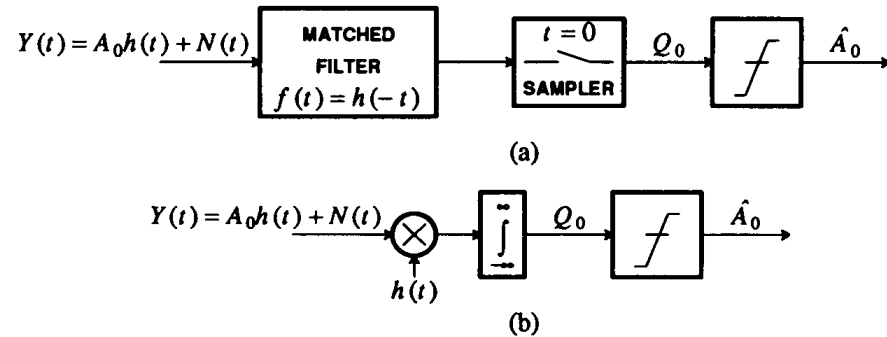


Figure 6-33. Two equivalent baseband PAM receiver structures, (a) a matched-filter receiver and (b) a correlation receiver. For an isolated pulse, these receivers maximize the SNR at the slicer input.

Filtro acoplado: estudio para un pulso aislado (cont.)

Caso pasabanda

Maximización de:

$$SNR_o = \frac{\sigma_A^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(-\tau) d\tau \right|^2}{2N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |f(-\tau)|^2 d\tau}$$

Sol.:

$$f(t) = Kh(-t)$$

tal que

$$SNR_o \leq \frac{\sigma_A^2 \sigma_h^2}{2N_0}$$

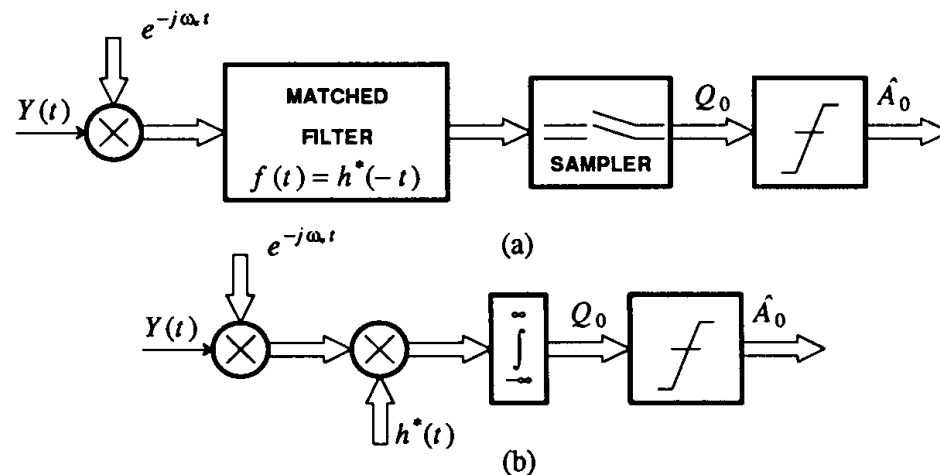


Figure 6-34. The (a) matched-filter and (b) correlation receiver shown for passband signals.

Espectro Disperso

- Salida de MF depende de la energía del pulso, no del ancho de banda, entonces en Espectro Disperso utilización de anchos de banda mucho mayores que mínimo de Nyquist π/T
- Ventajas:
 - Menor sensibilidad a distorsiones localizadas en frecuencia (ej. desvanecimiento multicamino selectivo en frecuencia).
 - Menor sensibilidad a jamming (interferentes causales).
 - Señal de ED enmascarable en el espectro (no “vista” por otras).
 - Se puede compartir el espectro.

Ej.: Si ED ancho de banda B y Potencia de jamming P_j tal que $N_0 = P_j/2B$, entonces:

$$SNR_o = \frac{\sigma_A^2 \sigma_h^2}{N_0} = 2B \frac{\sigma_A^2 \sigma_h^2}{P_j} \quad \rightarrow \text{Aumenta con ancho de banda!!}$$

Modulación de Pulsos Ortogonales

- Diferentes señales $\{g_n(t); 0 \leq n \leq N - 1\}$, tal que la representación bandabase será

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_{A_k}(t - kT)$$

Con

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_i(t)g_j^*(t)dt = \sigma_g^2 \delta_{i-j}$$

- La representación pasabanda será

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{g}_{A_k}(t - kT)$$

con

$$\hat{g}_n(t) = \sqrt{2}\text{Re}\{e^{j\omega_c t}g_n(t)\}$$

Modulación de Pulsos Ortogonales (cont.)

- Para el caso bandabase

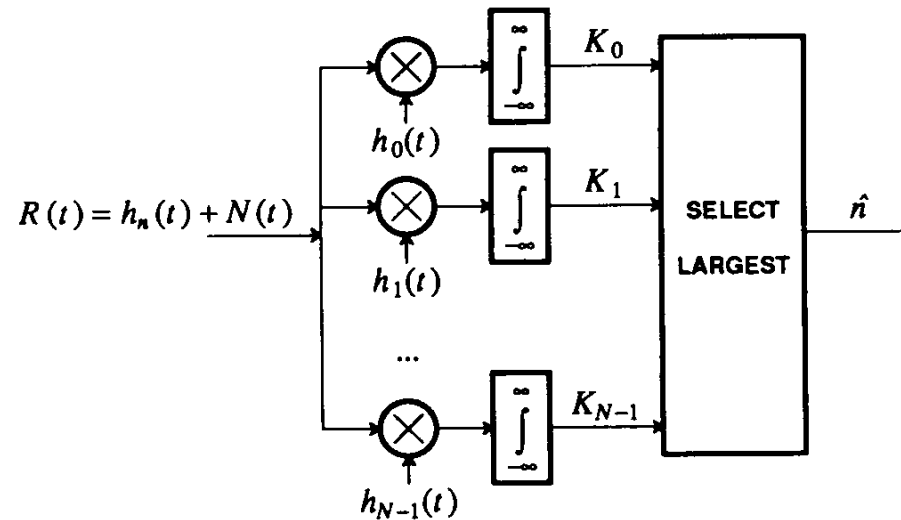


Figure 6-35. An isolated-pulse correlation receiver for baseband multipulse transmission, where the received pulses are assumed to be real and orthogonal.

Notar que interesa la *forma* no la amplitud de los pulsos.

Modulación de Pulsos Ortogonales (cont.)

- Para el caso pasabanda, y usando el modelo equivalente,

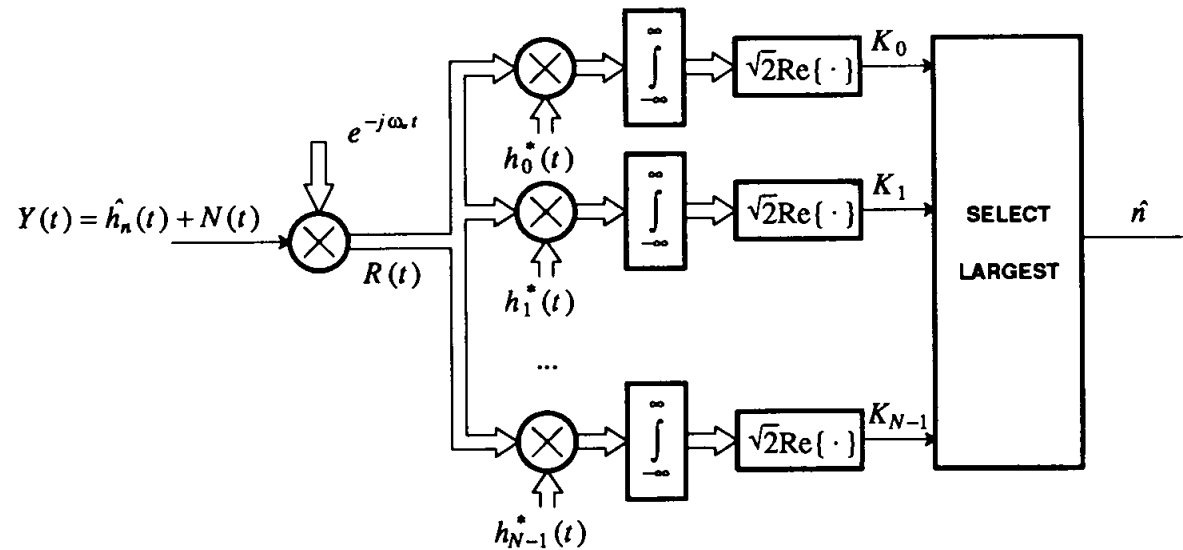


Figure 6-36. An isolated pulse correlation receiver for passband orthogonal multipulse, using baseband equivalent pulses.

Modulación de Pulsos Ortogonales (cont.)

- Teniendo en cuenta filtros acoplados,

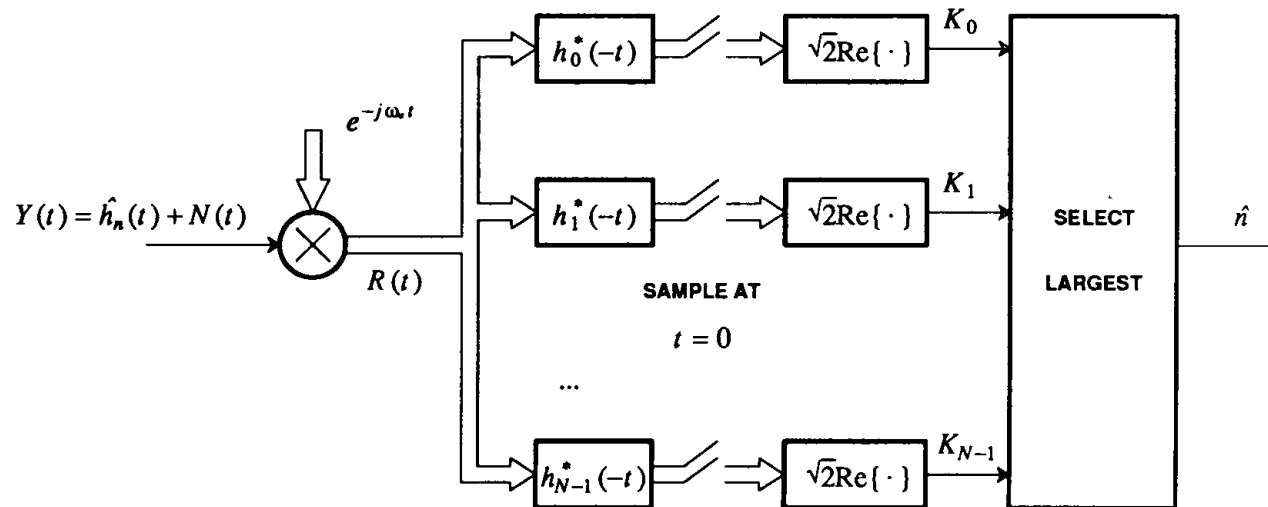


Figure 6-37. A matched-filter receiver for an isolated pulse in multipulse transmission, using baseband-equivalent pulses.

Criterio de Nyquist generalizado

- Para evitar ISI, la salida de los filtros acoplados a una entrada $h_n(t)$, debe satisfacer Nyquist, i.e.,

$$h_n(t) * h_n^*(-t)|_{t=kT} = \delta_k, \quad 0 \leq n \leq N - 1$$

- Además, para evitar interferencia entre pulsos

$$h_n(t) * h_l^*(-t)|_{t=kT} = 0, \quad l \neq n, \quad -\infty \leq k \leq \infty$$

- o, sintetizando $h_n(t) * h_l^*(-t)|_{t=kT} = \delta_k \delta_{l-n}$

- y en el dominio frecuencia

$$\frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_n(j(\omega + m\frac{2\pi}{T})) H_l^*(j(\omega + m\frac{2\pi}{T})) = \delta_{l-n}$$

- **Criterio Generalizado** $B \geq \frac{N\pi}{T}$

Criterio de Nyquist generalizado (cont.)

Ejemplo: “Sincs” no solapadas en frecuencia (idealización)

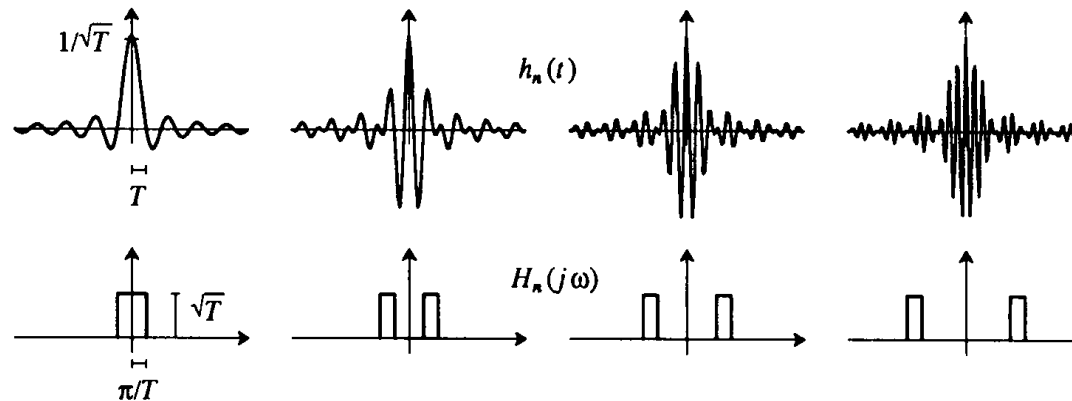


Figure 6-38. Time domain (top) and frequency domain (bottom) plots of the pulses in (6.129) for $n = 0, 1, 2,$ and 3 .

Eficiencia espectral:

$$\nu = \frac{\log_2 N}{T(N/2T)} = 2 \frac{\log_2 N}{N}$$

disminuye con N !!

Criterio de Nyquist generalizado (cont.)

- Conjunto de pulsos ortogonales realizable,
- $q(t)$ tal que $\int_{-\infty}^{\infty} q(t)q(t - 2kT)dt = \delta_k$ (ancho de banda mínimo $\pi/2T$, dos veces Nyquist, lo mismo que coseno elevado).
- Entonces,

$$h_n(t) = q(t) \cos[(n + 1/2)\pi t/T]$$

- Ancho de banda total

$$(N + 1)\pi/T$$

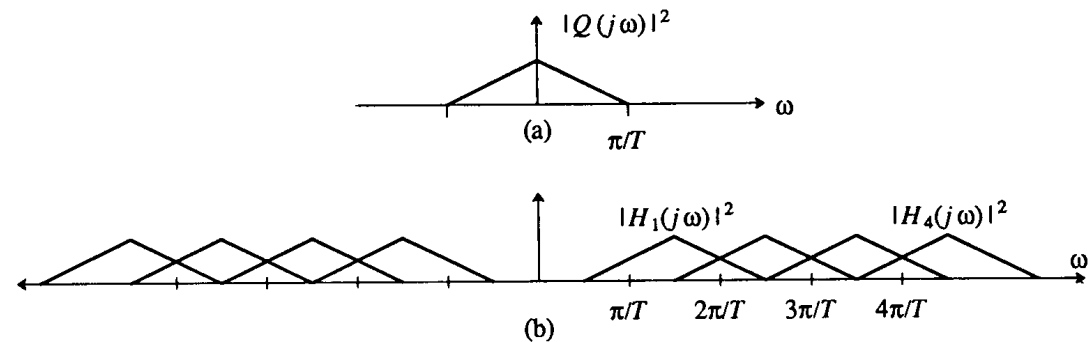


Figure 6-39. (a) The Fourier transform of a pulse at the output of a matched filter that satisfies the Nyquist criterion for symbol rate $1/2T$. (b) The magnitude squared of the Fourier transforms of a set of four orthonormal pulses that satisfy the generalized Nyquist criterion at symbol rate T , but unlike the pulses in Figure 6-38 overlap in the frequency domain.

FSK

- M frecuencias con forma de pulsos, ortogonales sssi nro. entero de ciclos/símbolo.
- Ventajas: Detección no coherente. Implementación simple!

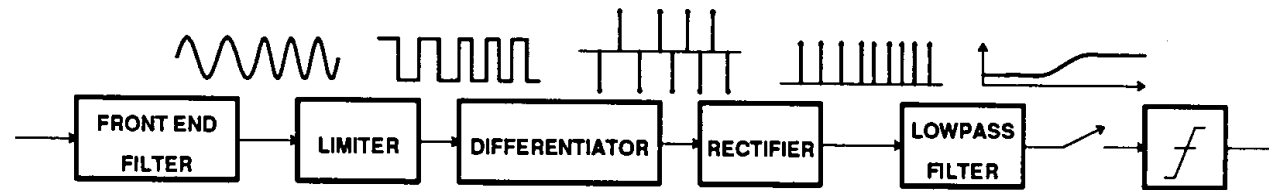


Figure 6-41. A zero-crossing detector for binary FSK with the accompanying waveforms.

Inmunidad a no linealidades.

- Desventajas: Menor distancia mínima en constelación. Difícil ecualización. Análisis complicado.

FSK (cont.)

- **FSK de fase continua:** separación mínima en frec. $2\pi/T$ con un número de ciclos

$$\frac{\omega_i T}{2\pi} M_i$$

para M_i entero.

- **MSK:** idem anterior pero con memoria de forma que separación mínima π/T . Tiene mejor desempeño que FSK.
- Puede interpretarse como PAM combinada con pulsos ortogonales (no es de pulsos ortogonales).

Porque no combinar (en general) PAM y pulsos ortogonales !?

FSK no coherente

- Implementación simple (peor desempeño en ruido)

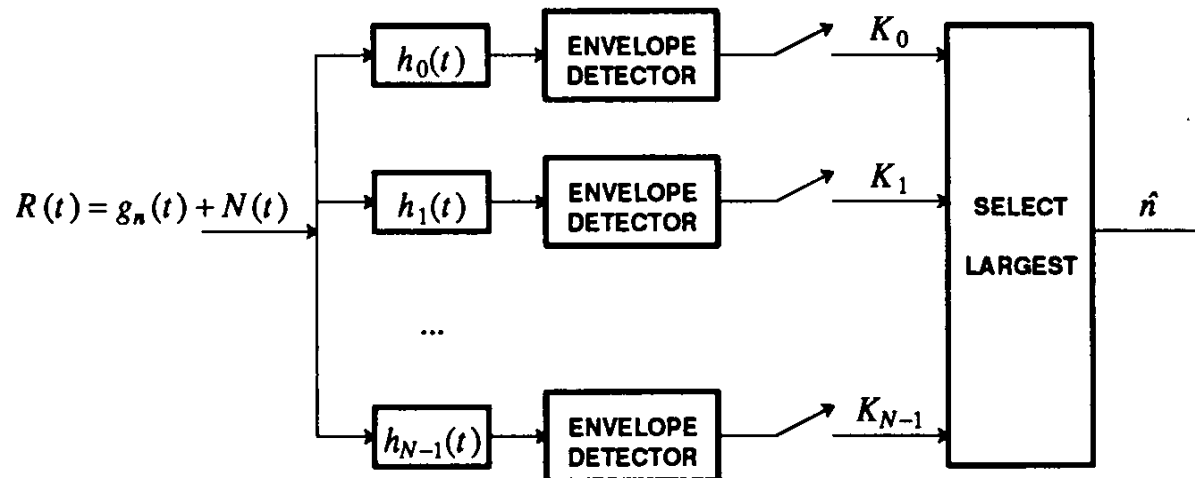


Figure 6-48. An incoherent receiver for isolated pulse FSK signals. The filters $h_i(t)$ are bandpass filters centered at the signaling frequencies.

Combinación de PAM y Pulsos Ortogonales

- Con N pulsos $g_n(t)$, y M símbolos $A_{k,n}$ la señal bandabase será

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} A_{k,n} g_n(t - kT)$$

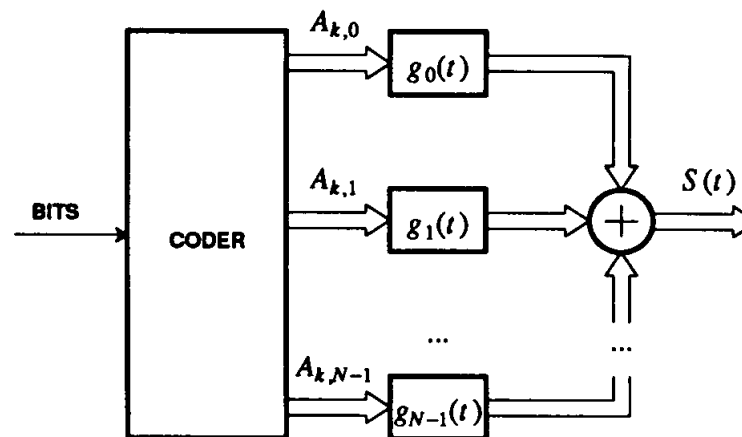


Figure 6-50. A transmitter for combined PAM and orthogonal multipulse.

Combinación de PAM y Pulsos Ortogonales

Receptores (realizaciones continuas)

Para símbolos independientes

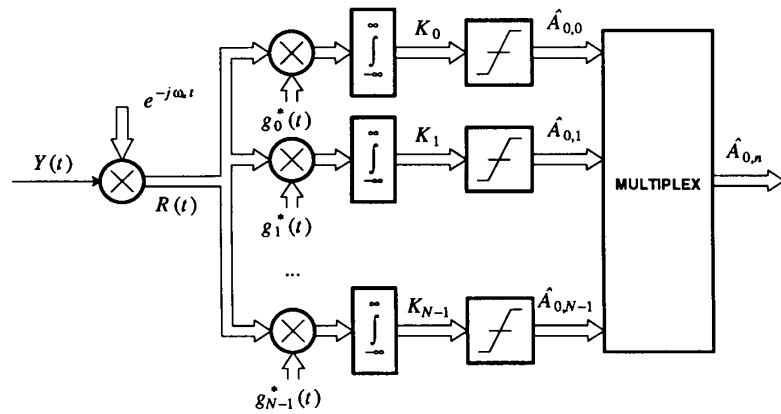


Figure 6-51. A correlation receiver for a combined PAM/multipulse modulation format.

Para símbolos interdependientes

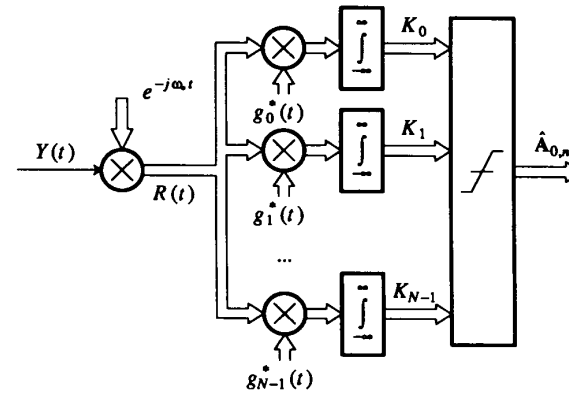


Figure 6-52. A correlation receiver for combined PAM and multipulse where the symbols modulating each pulse are not chosen independently.

Combinación de PAM y Pulsos Ortogonales (cont.)

- Casos especiales:
 - PAM es un caso especial para $N=1$.
 - Pulsos ortogonales es otro caso especial si $A_{k,n}$ toman valores 0 o 1 para definir el conjunto de señales ortogonales.
 - MSK es también un caso especial, $N=2$, con modulación de amplitud por símbolos +/- 1 y 0.
- Si N es grande y los símbolos son aleatorios entonces la señal modulada se aproximará a un proceso Gaussiano (por el Teorema del Límite Central). Entonces, una desventaja de PAM/multipulso es que la PAR es mayor que con otras modulaciones.
- El número máximo de pulsos ortogonales es $N=2BT$, entonces $>N$ con $>T$ (modulación multiportadora, B cte.) ó con $>B$ (CDMA, T cte.).
- Eficiencia espectral independiente de N . Si $A_{k,n}$ puede tomar 1 de M^N valores,

$$\nu = \frac{\log_2 M^N}{BT} = 2 \log_2 M \quad (B = N/2T)$$

Combinación de PAM y Pulsos Ortogonales (cont.)

- Formas de aumentar N
 - Aumento del intervalo de símbolo T . Dos formas de elegir pulsos ortogonales:
 - manteniendo B fija para todos los pulsos: Espectro Disperso de Secuencia Directa.
 - Cada pulso con ancho de banda $1/2T$: Modulación Multiportadora.
 - Aumento del ancho de banda B .
 - En lugar de FDM en acceso multiple por radio, Code Division Multiple Access (CDMA). Ortogonalidad mantenida por técnicas de espectro disperso.

Combinación de PAM y Pulsos Ortogonales (cont.)

- PAM/Multipulso discreta: uso del canal discreto equivalente, con un pulso aislado

$$s_k = \sum_{n=0}^{N-1} A_{0,n} g_k^{(n)}$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k^{(n)} [g_k^{(m)}]^* = \delta_{n-m}$$

que se limita a N vectores K dimensionales (norm. $K=N$)

$$s_k = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} A_{mN,n} g_{k-mN}^{(n)}$$

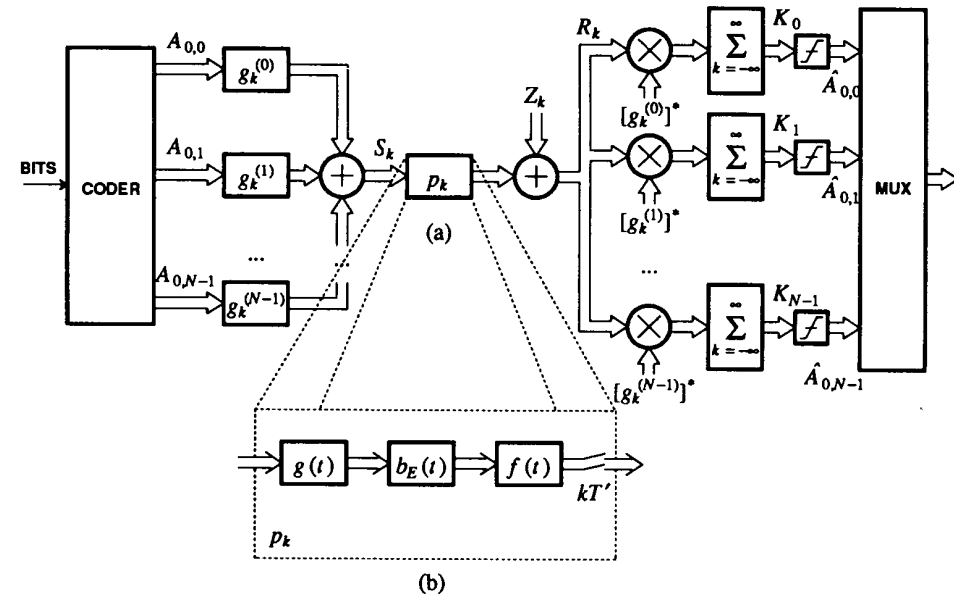


Figure 6-53. (a) A combined PAM/multipulse system where the combination is implemented in discrete-time and transmitted over a discrete-time equivalent channel. The design is shown for an isolated pulse only. (b) The discrete-time equivalent channel can be modeled by a transmit filter, baseband-equivalent channel, baseband-equivalent noise, receive filter, and sampler.

Modulación Multiportadora

- Consideremos la combinación PAM – Pulsos Ortogonales

$$g_n(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{jw_n t} u(t)$$

donde $w_n = \frac{2\pi n}{T}$; para $n = 0, \dots, N - 1$ y

$$u(t) = \begin{cases} 1; & 0 \leq t < T \\ 0; & \forall t \end{cases}$$

denominada *Modulación Multitono o Multiportadora* (idealizado por la ventana rectangular)

Modulación Multiportadora (cont.):

- Consideremos una versión discreta de la modulación multitono (DMT), con

$$g_k^{(n)} = \frac{1}{N} e^{j2\pi nk/N} u_k \text{ para } n = 0, \dots, N - 1$$

donde

$$u_k = \begin{cases} 1; & 0 \leq k < N \\ 0; & \forall k \end{cases}$$

entonces, $s_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_{0,n} e^{j2\pi nk/N} u_k$ que resulta la DFT

inversa (de orden N) de $A_{0,k}$ eficientemente computable con FFT.

Suponiendo que *no existe ISI*, en el receptor se tiene:

$$r_k = s_k + z_k \quad (p_k = \delta_k) \quad \text{tal que}$$

$$K_i = \sum_{k=0}^{N-1} r_k e^{j2\pi ik/N} \quad \text{es la DFT de la señal recibida.}$$

Modulación Multiportadora (cont.)

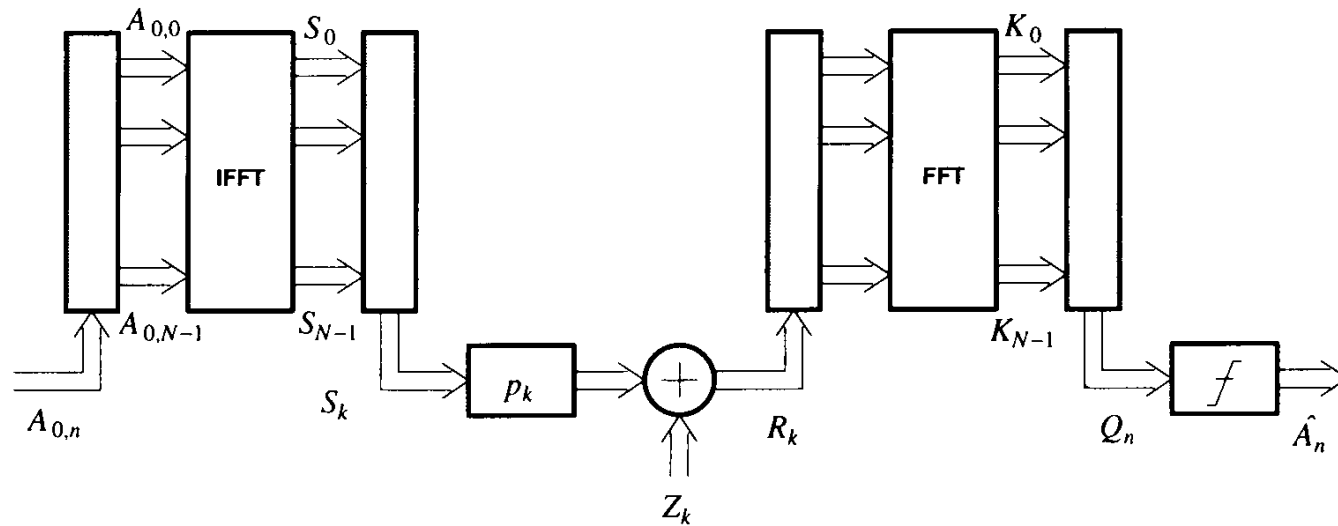


Figure 6-54. A multicarrier modulation system using FFTs. The shaded boxes are parallel-to-serial or serial-to-parallel converters. The discrete-time equivalent channel is expanded into its components at the bottom.

Modulación Multiportadora (cont.)

Multiportadora e ISI

- Suponemos ahora $p_k \neq \delta_k$ (pero 0 fuera de $0 \leq k < M, M \leq N$) y

$$z_k \cong 0$$

- Entonces $R(e^{j\omega T'}) = S(e^{j\omega T'})P(e^{j\omega T'})$ donde $T' = T/N$ es

el intervalo para transmitir secuencialmente s_k

- Si M tal que un intervalo de símbolo $NT' = T$ es más largo que la respuesta impulsiva del canal

$$r_k = \sum_{i=0}^{N-1} p_i s_{k-i}$$

cuya DTFT es $R(e^{j\omega T'})$

Modulación Multiportadora e ISI (cont.)

Como a partir del esquema eficiente se genera una *convolución circular* (no una lineal como la anterior)

$$u_k = \sum_{i=0}^{N-1} p_i s_{(k-i) \bmod N}$$

en el dominio frecuencia será $U_n = A_{0,n} P_n$, donde $A_{0,n}$ es la

DFT (no la DTFT) de s_k y

$$P_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} p_k e^{j2\pi nk/N} u_k$$

Entonces, es necesario compatibilizar convolución circular (eficiente de obtener) con convolución lineal para evitar ISI !!

Modulación Multiportadora e ISI (cont.)

Solución: introducir, previo a los N símbolos s_k , M símbolos redundantes

$$s_{-i} = s_{N-i} \text{ para } 1 \leq i \leq M$$

denominada *extensión cíclica*.

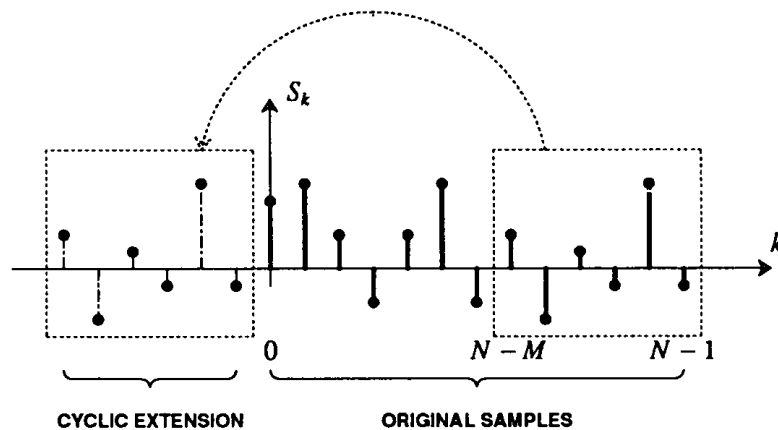


Figure 6-55. For multicarrier transmission, cyclic extension of the samples s_k simplifies the effect of the channel on the decision variables K_n .

CDMA

- La combinación PAM - Pulsos Ortogonales se puede escribir

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} u_n(t) \quad u_n(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{k,n} g_n(t - kT)$$

donde $g_n(t)$ tienen ancho de banda

$$|w| \leq N\pi/T$$

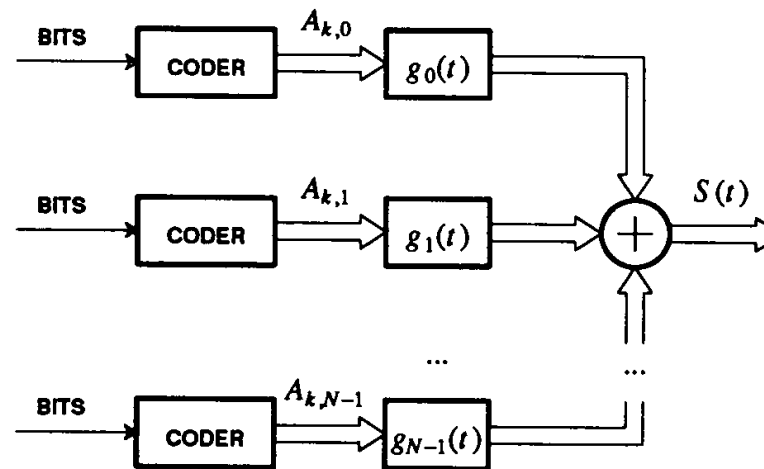


Figure 6-56. In code-division multiple access (CDMA), N bit streams share the same channel by using N distinct orthogonal pulses $g_i(t)$.