

Contenidos

- Modulación.
- Diseño de Distancia Mínima.
- Desempeño en ruido.
- Detección.
- Ecuación óptima.
- Ecuación adaptativa.

Desempeño en Ruido

- Procesos Gaussianos complejos.
- Prob. de error: Resultados generales.
- Prob. de error PAM sin ISI.
- Desempeño de Distancia Mínima.
 - PAM pulso aislado
 - Pulsos ortogonales
 - Combinación PAM- pulsos ortogonales.
- Desempeño de Distancia Mínima para PAM con ISI.
- Espectro Disperso.
- Capacidad y Modulación.

Procesos Gaussianos Complejos

- $Z(t)$ Gaussiano complejo define

$$R(t) = \text{Re}\{Z(t)\}, \quad I(t) = \text{Im}\{Z(t)\}$$

también Gaussianos pero reales. Con

$$R_R(\tau) = E[R(t + \tau)R(t)], \quad R_I(\tau) = E[I(t + \tau)I(t)], \quad R_{RI}(\tau) = E[R(t + \tau)I(t)]$$

$Z(t)$ es **estrictamente estacionario** (ESE) si $R_R(\tau)$, $R_I(\tau)$, $R_{RI}(\tau)$ son conjuntamente ESA (i.e., no dependen de t).

- También, $Z(t)$ es ESA si $R_Z(\tau) = E[Z(t + \tau)Z^*(t)]$ no depende de t .

Si $Z(t)$ complejo, ESA no implica ESE!

- La ambigüedad se resuelve con la **función autocorrelación complementaria** $\tilde{R}_Z(\tau) = E[Z(t + \tau)Z(t)]$

Procesos Gaussianos Complejos (cont.)

con $2R(t) = Z(t) + Z^*(t)$ y $j2I(t) = Z(t) - Z^*(t)$

entonces $2R_R(\tau) = \text{Re}\{R_Z(\tau)\} + \text{Re}\{\tilde{R}_Z(\tau)\},$

$$2R_I(\tau) = \text{Re}\{R_Z(\tau)\} - \text{Re}\{\tilde{R}_Z(\tau)\},$$
$$2R_{RI}(\tau) = \text{Im}\{\tilde{R}_Z(\tau)\} - \text{Im}\{R_Z(\tau)\}$$

Diferencias entre procesos complejos y reales

- Un proceso Gaussiano complejo requiere ambas funciones autocorrelación y autocorrelación complementaria para ser caracterizado totalmente (en el caso real, solo la autocorrelación)
- Un proceso Gaussiano complejo ESA no es necesariamente ESE. Si lo es si ambas funciones autocorrelación no dependen del tiempo (en el caso real, ESA implica ESE).

Procesos Gaussianos Complejos (cont)

Procesos Gaussianos Circularmente Simétricos:

Verifican $E[Z(t + \tau)Z(t)] = 0, \forall t, \tau$

Entonces

$$2R_R(\tau) = \text{Re}\{R_Z(\tau)\}, 2R_I(\tau) = \text{Re}\{R_Z(\tau)\}, 2R_{RI}(\tau) = -\text{Im}\{R_Z(\tau)\}$$

Propiedades

- Las partes real e imaginaria tienen estadísticas idénticas.
- Como $R_Z(0)$ debe ser real, $\text{Im}\{R_Z(0)\} = R_{RI}(0) = 0$, entonces $R(t)$ e $I(t)$ no están correlacionadas y son estad. indep.
- Procesos circularmente simétricos con autocorrelación *real* tienen partes real e imaginaria independientes porque $R_{RI}(\tau) = 0$ ($R_Z(\tau)$ es real cuando la densidad espectral del proceso tiene simetría par alrededor del origen).
- La simetría circular se mantiene a través del filtrado lineal.
- Un proceso complejo Gaussiano obtenido de uno real por modulación no es estacionario ni circularmente simétrico.

Procesos Gaussianos Complejos (cont)

Procesos Gaussianos Circularmente Simétricos discretos:

$$E[Z_{k+m}Z_k] = 0, \quad \forall k, m$$

Procesos blancos Gaussianos complejos:

$$R_Z(\tau) = N_0\delta_k(\tau), \quad R_Z(k) = 2\sigma^2\delta_k$$

tal que σ^2 es la varianza de las partes real o imaginaria.

Si el proceso es blanco y circularmente simétrico:

- Sus partes real e imaginaria son idénticamente distribuidas y son procesos blancos Gaussianos reales.
- Sus partes real e imaginaria son independientes porque la función autocorrelación es real.

Resultados generales

Probabilidad de error para una formulación N-dimensional del receptor de distancia mínima

Para
$$\mathbf{Y} = \mathbf{S}_m + \mathbf{Z}$$

donde: $\mathbf{Y}^T = [Y_1, \dots, Y_N]$ es la señal recibida, $\mathbf{S}_m^T = [S_{m,1}, \dots, S_{m,N}]$ es una de L señales conicidas y $\mathbf{Z}^T = [Z_1, \dots, Z_N]$ es un vector Gaussiano complejo tal que:

- Sus componentes no está correlacionadas, i.e., $E[Z_i Z_j^*] = 0, \forall i \neq j$.
- Sus componentes son circularmente simétricas, $E[Z_i Z_j] = 0$, esto implica que son independientes, lo mismo que sus partes real e imaginaria.
- Sus componentes son idénticamente distribuidas con $E[|Z_n|^2] = 2\sigma^2$, para $1 \leq n \leq N$

Resultados generales (cont).

Partiendo de la señal que satisface $\min_l \|\mathbf{Y} - \mathbf{S}_l\|^2$, un primer paso es obtener la probabilidad de error

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{S}_i\|^2 < \|\mathbf{Y} - \mathbf{S}_m\|^2$$

tal que definiendo $d_{m,i} = \|\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_m\|$ se puede escribir como

$$\text{Re}\left\{\langle \mathbf{Z}, \frac{\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_m}{d_{m,i}} \rangle\right\} > \frac{d_{m,i}}{2}$$

Entonces

$$\text{Pr}[\mathbf{Y} \text{ mas cerca de } \mathbf{S}_i \text{ que de } \mathbf{S}_m \mid \mathbf{Y} = \mathbf{S}_m + \mathbf{Z}] = Q\left(\frac{d_{m,i}}{2\sigma}\right)$$

Resultados generales (cont).

Usando la cota de unión $Pr[\bigcup_{n=1}^N E_n] \leq \sum_{n=1}^N Pr[E_n]$, se verifican las siguientes cotas (aprox.)

$$Q\left(\frac{d_{m,min}}{2\sigma}\right) \leq Pr[\mathbf{S}_m \text{ no elegida} | \mathbf{Y} = \mathbf{S}_m + \mathbf{Z}] \leq K_m Q\left(\frac{d_{m,min}}{2\sigma}\right)$$

donde K_m es el número de señales a distancia mínima de \mathbf{S}_m .

La probabilidad de error promedio será

$$P_e = \sum_{m=1}^L Pr[\mathbf{S}_m \text{ no elegida} | \mathbf{Y} = \mathbf{S}_m + \mathbf{Z}] p_m \cong \sum_{m=1}^L p_m K_m Q\left(\frac{d_{m,min}}{2\sigma}\right)$$

que teniendo en cuenta el menor argumento (dominante) de $Q(\cdot)$ resultará en

$$P_e \cong K Q\left(\frac{d_{min}}{2\sigma}\right)$$

Desempeño de PAM sin ISI

Ruido equivalente en el detector

Pasabanda: $Y(t) + N(t)$, con $Q(t) = (Y(t)e^{-jw_c t}) * \sqrt{2}f(t)$

y $Z(t) = (N(t)e^{-jw_c t}) * \sqrt{2}f(t)$, tal que $R_Z(\tau) = 2N_0 f(\tau) * f^*(-\tau)$

y $\tilde{R}_Z(\tau) = E[Z(t + \tau)Z(t)] = 0$ si $B_f < 2w_c$ (entonces, circularmente simétrico).

Además, $S_Z(e^{jwT}) = \frac{2N_0}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} |F(j(w - m\frac{2\pi}{T}))|^2$

Bandabase: $Z(t) = N(t) * f(t)$ tal que $S_Z(e^{jwT}) = \frac{N_0}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} |F(j(w - m\frac{2\pi}{T}))|^2$

Además, en general, existe una amplificación del ruido debido al filtro del receptor, ya que con $G(jw)B(j(w + w_c))F(jw) = P(jw)$

$$\sigma^2 = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|P(jw)|^2}{|G(jw)B(j(w + w_c))|^2} \frac{dw}{2\pi}$$

Desempeño de PAM sin ISI (cont)

Probabilidad de error de símbolo

$$Q_k = A_k + Z_k$$

Varianza bandabase: $E[|Z_k|^2] = \sigma^2$ Varianza pasabanda: $E[|Z_k|^2] = 2\sigma^2$

El elemento de decisión tiene como propiedades:

- Es sin memoria, decisión símbolo por símbolo
- Utiliza el criterio de distancia mínima: se elije a_j del alfabeto $\{a_m, 1 \leq m \leq M\}$ que minimiza $|Q_k - a_j|^2$

Desempeño de PAM sin ISI (cont)

Probabilidad de error de simbolo

Ejemplos:

PAM binaria bandabase (antipodal): $\{+a, -a\}, d = 2a$

$$Pr[\text{error de simbolo}] = Q(a/\sigma)$$

PAM cuaternaria bandabase:

si el símbolo transmitido es $\pm a$ $Pr[\text{error de simbolo} | A_k = \pm a] = 2Q(d/2a)$

si el símbolo transmitido es $\pm 3a$ $Pr[\text{error de simbolo} | A_k = \pm 3a] = Q(d/2a)$

$$Pr[\text{error de simbolo}] = 1.5Q(a/2\sigma)$$

Desempeño de PAM sin ISI (cont)

Probabilidad de error de simbolo

Ejemplos:

PSK cuaternaria: $M_k = Z_k e^{j\pi/4}$

$$Pr[\text{decision correcta}|A_k] = Pr[Re\{M_k\} < b]Pr[Im\{M_k\} < b] = (1 - Q(d/2\sigma))^2$$

$$Pr[\text{error de simbolo}|A_k] = 1 - Pr[\text{decision correcta}|A_k] = 2Q(d/2\sigma) - Q^2(d/2\sigma)$$

Por la cota de unión, 2 símbolos a distancia d y 1 a distancia $\sqrt{2}d$

$$Pr[\text{error de simbolo}|A_k] \leq 2Q(d/2\sigma) + Q(d/\sqrt{2}\sigma)$$

Desempeño de PAM sin ISI (cont)

Otras medidas de error

- Probabilidad de error de bit. Si uso de código Gray

$$Pr[\text{error de bit}] \cong \frac{1}{M} Pr[\text{error de simbolo}]$$

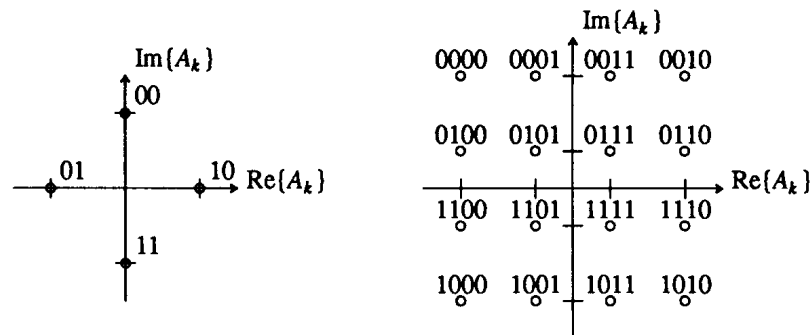


Figure 8-2. The two constellations of Figure 7-5 are shown with a set of bits associated with each symbol. Notice that only one bit differs between any two adjacent symbols. This minimizes the number of bit errors per symbol error. This type of code is called a Gray code.

Desempeño de PAM sin ISI (cont)

Otras medidas de error

- Probabilidad de error de bloque. Si B es el número de bits por bloque y B/M el número de símbolos por bloque, un bloque estará correcto si

$$(1 - Pr[\text{error de símbolo}])^{B/M}$$

- entonces

$$Pr[\text{Error de bloque}] = 1 - (1 - Pr[\text{error de símbolo}])^{B/M}$$

$$\cong \frac{B}{M} Pr[\text{error de símbolo}]$$

Desempeño de receptores de distancia mínima

La señal pasabanda será $Y(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{s_m(t)e^{j\omega_c t}\} + N(t)$ con $N(t)$ ruido blanco Gaussiano real, donde $s_l(t) = \sum_{n=1}^N S_{l,n} \phi_n(t)$ de ancho de banda ω_c .

El receptor de distancia mínima calcula $C_n = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) \sqrt{2} e^{-j\omega_c t} \phi_n^*(t) dt$, $1 \leq n \leq N$

y se elige l tal que $\min_l \sum_{n=1}^N |C_n - S_{l,n}|^2$

Desempeño de receptores de distancia mínima

Entonces, como $C_n = S_{m,n} + Z_n$

$$S_{m,n} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}\{s_m(t)e^{-j\omega_c t}\}\phi_n^*(t)dt \quad Z_n = \int_{-\infty}^{\infty} N(t)\sqrt{2}e^{-j\omega_c t}\phi_n^*(t)dt$$

Es simple verificar que Z_n es circularmente simétrico (partes real e imaginaria mutuamente independientes e idénticamente distribuidas).

Entonces, usando los resultados generales, es equivalente a

$$C = S_m + Z \quad \min_l \|C - S_l\|^2$$

Cuyo desempeño es

$$P_e \cong KQ\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma}\right)$$

Desempeño de receptores de distancia mínima (cont).

PAM (Pulso aislado) con filtro acoplado $P_e \cong KQ\left(\frac{\sigma_h a_{\min}}{2\sigma}\right)$

Pulsos ortogonales: Para N señales, hay $N-1$ a $d_{\min} = \sqrt{2}\sigma_h$ tal que

$$P_e \cong (N - 1)Q\left(\frac{\sqrt{2}\sigma_h}{2\sigma}\right)$$

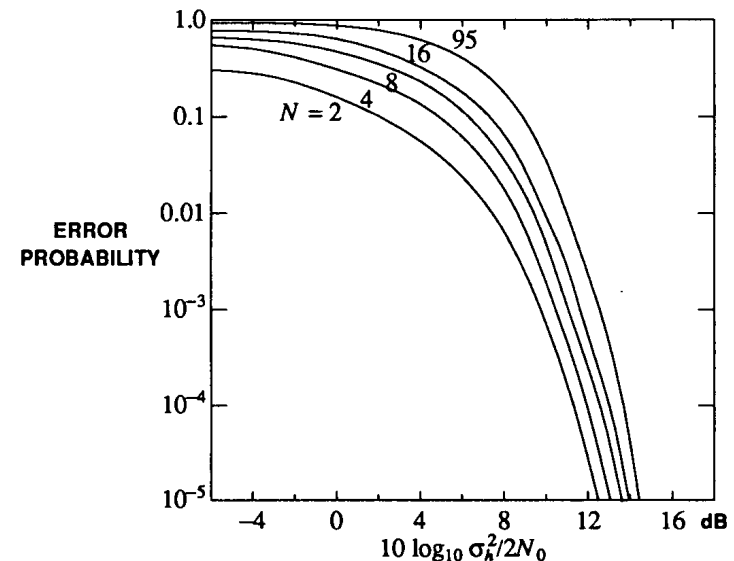


Figure 8-3. Error probability for N orthogonal pulses with energy σ_h^2 [4].

Desempeño de receptores de distancia mínima (cont).

Combinación de PAM con pulsos ortogonales

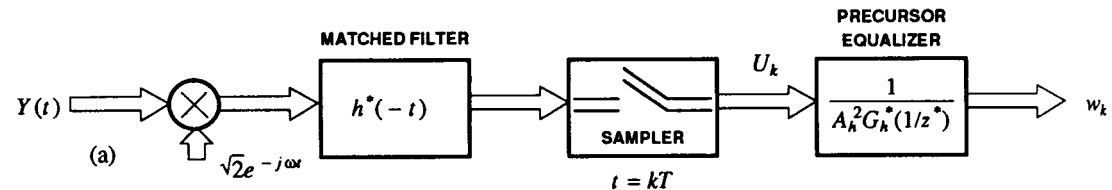
$$P_e \cong KQ\left(\frac{\sigma_h a_{\min}}{2\sigma}\right)$$

PAM con ISI

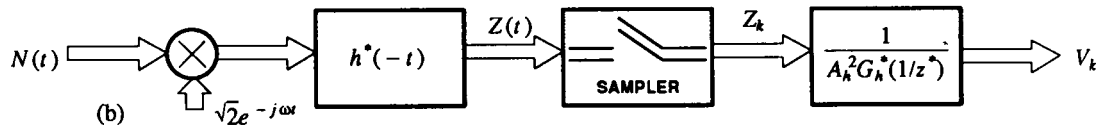
El ruido a la salida del filtro acoplado muestreado es coloreado, pero a la salida del ecualizador precursor es blanco!

El filtro acoplado, el muestreo de símbolos y el ecualizador precursor se denominan *filtro acoplado de blanqueo (WMF)*.

Para señal $Y(t)$ →



Para ruido $N(t)$ →



Para símbolos →
(equivalente discreto)

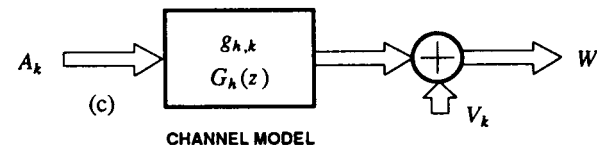


Figure 8-4. The whitened matched filter for detection of PAM signals with ISI. a) The front-end filtering and sampling, b) the response to white Gaussian noise on the channel, and c) the equivalent discrete-time model.

PAM con ISI (cont)

Ruido a la salida del WMF $S_Z(j\omega) = 2N_0|H(j\omega)|^2$
 $S_Z(e^{j\omega T}) = 2N_0S_h(e^{j\omega T})$, con $S_h(z) = A_h^2G_h(z)G_h^*(1/z^*)$

Entonces, a la salida del filtro acoplado el ruido es en general no blanco.

Sin embargo, $S_V(z) = 2N_0S_h(z) \frac{1}{A_h^2G_h^*(1/z^*)} \frac{1}{A_h^2G_h(z)} = \frac{2N_0}{A_h^2}$, o sea
 Gaussiano blanco circularmente simetrico (con comp. de varianza $\sigma^2 = N_0/A_h^2$).

Receptor de distancia mínima: Con $W_k = \sum_{m=1}^K a_m g_{h,k-m} + V_k$

$$\min_{\{a_k, 1 \leq k \leq K\}} \sum_{k=1}^{\infty} |W_k - \sum_{m=1}^K a_m g_{h,k-m}|^2$$

Probabilidad de error en la secuencia:

$$P_e \cong KQ\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma}\right) \quad d_{\min} = \min_{\{(a_k^{(1)} - a_k^{(2)}), 1 \leq k \leq K\}} \sum_{m=1}^{\infty} \left| \sum_{k=1}^K (a_k^{(1)} - a_k^{(2)}) g_{h,m-k} \right|^2$$

Espectro disperso

- PAM pasabanda en la que la señal ocupa un ancho de banda mucho mayor que el mínimo necesario para enviar la información;
- El ancho de banda mayor se logra mediante un código que es independiente de los datos;
- Para volver al ancho de banda original se utiliza la recepción sincronizada con el código en el receptor;

Espectro disperso

Ancho de banda y probabilidad de error:

A pesar de utilizar un ancho de banda grande no se disminuye la SNR en el detector

$$P_e \cong KQ \left(\frac{\sigma_h^2 a_{\min}}{2\sigma_h \sqrt{N_0}} \right) = KQ \left(\frac{\sigma_h a_{\min}}{2\sqrt{N_0}} \right)$$

i.e., depende de la energía del pulso pero no del ancho de banda.

La probabilidad de error en términos de la SNR, con $P_S = \sigma_A^2 \sigma_h^2 / T$, $SNR = P_S / 2N_0 B$

$$P_e \cong KQ(\sqrt{2BT\eta_A SNR})$$

donde $\eta_A = a_{\min}^2 / 4\sigma_A^2$ depende de la constelación (independiente de cualquier escalamiento).

Espectro disperso

Generación de pulsos de banda ancha

Uso de forma de onda para definir *chip* $h_c(t)$, tal que el intervalo de símbolo se divide en $T_c = T/N$

Uso de una *secuencia de dispersión* $\{x_m, 0 \leq m \leq N - 1\}$ tal que

$$h(t) = \sum_{m=0}^{N-1} x_m h_c(t - mT_c) \quad H(j\omega) = H_c(j\omega) \sum_{m=0}^{N-1} x_m e^{-j\omega m T_c}$$

El chip determina el ancho de banda (normalmente para satisfacer Nyquist), i.e. $B = 1/2T_c = N/2T$, con un factor de expansión $N = T/T_c$

Espectro disperso: ISI y espectro disperso

Por la alta dimensionalidad $2BT$, el pulso transmitido puede hacerse bien limitado en tiempo.

El pulso recibido es afectado por el canal; interesa la señal a la salida del filtro acoplado $\rho_h(t)$ (ancho de banda B y TF, $|H(j\omega)|^2$).

Suponiendo $|H(j\omega)|^2$ constante en B , (sup. $2BT$ entero)

$$\rho_k(kT) = \text{sinc}(k\pi 2BT) = \delta_k$$

cumple Nyquist.

Obs.:

- Para un canal ideal, la salida del filtro acoplado no depende de la fase solo de la magnitud del espectro de $h(t)$.
- La duración en tiempo del pulso a la salida del filtro acoplado puede ser mucho menor que el intervalo de símbolo.

Espectro disperso: ISI y espectro disperso (cont)

Condiciones suficientes para que $\rho_h(t)$ cumpla Nyquist

- $h_c(t)$ corresponde a un pasabajos ideal con $B = 1/2T_c$

- La secuencia x_m se elige tal que $\left| \sum_{m=0}^{N-1} x_m e^{-j\omega m T_c} \right|^2 = 1, \forall \omega$.

•Ejemplo: $x_m = \delta_{k-L}$ para algún $0 \leq L \leq N - 1$. Como el pico de señal es muy grande se generan problemas prácticos.

•Ejemplo: $|x_m|^2 = 1/N, 0 \leq m \leq N - 1$ Para cumplir la anterior en frecuencias equiespaciadas

$$2\pi/NT_c$$

Para DFT de magnitud constante y $|x_m|^2 \cong 1$ se utiliza registros de desplazamiento (secuencia de longitud máxima), y el resultado es **espectro disperso de secuencia directa**.

Espectro disperso: ISI y espectro disperso (cont)

El efecto del canal se obtiene de $h(t) * b(t) * h^*(-t) = \rho_h(t) * b(t)$, tal que siempre que la duración de $b(t)$ sea menor que el intervalo de símbolo T , la dispersión del canal no tendrá efecto significativo.

Ejemplo:

$$b(t) = \delta(t) + \alpha\delta(t - \tau)$$

$$f(kT) = \delta_k + \alpha \text{sinc}(2\pi B(kT - \tau))$$

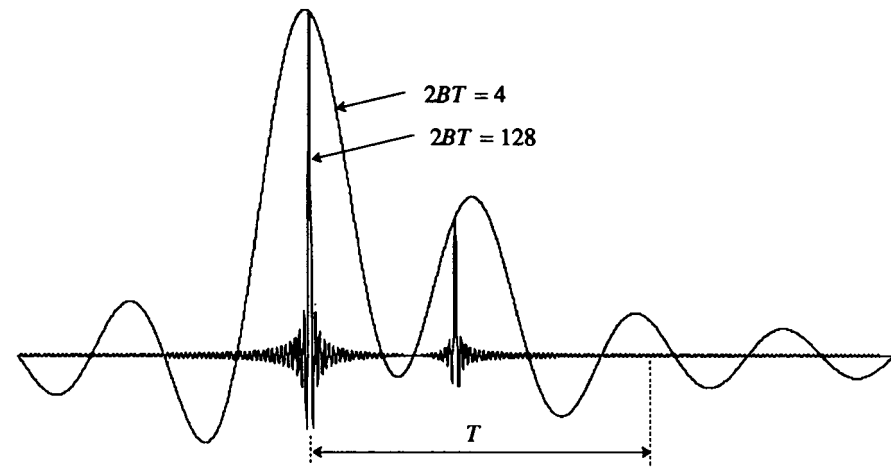


Figure 8-5. The isolated pulses at the output of a matched filter for a two-path multipath channel with $\tau = 0.4T$ and $\alpha = 0.5$. Two bandwidth expansions are shown: $2BT = 4$ and $2BT = 128$. Note that the ISI will be small for $2BT = 128$ as long as delay spread τ is a little less than the symbol interval T , but for $2BT = 4$ ISI will be significant even for very small τ .

Conclusión:

Espectro disperso no es inmune a ISI
(fundamentalmente para $\tau < T$)

Espectro disperso y jamming o interferencia

Incrementos en ancho de banda no afectan prob. de error pero reducen ISI.

Incremento en ancho de banda también ayuda contra interferencias.

Un interferente causal (jammer) genera ruido $N_0 = P_J/2B$ de forma que

$$SNR = \frac{P_S}{2BN_0} = \frac{P_S}{P_J}$$

independiente de B . La prob. de error depende de $2BT$ (ganancia de procesamiento).

Ejemplo: Si la ganancia de procesamiento es $2BT=10000$ (30 dB), esta es la potencia efectiva de supresión de un interferente. O sea, al ir de 1 a 10000, expandiendo el ancho de banda en 1000, se puede tolerar 30 dB de interferencia con la misma prob. de error.

Capacidad y modulación

Alternativas para comparar técnicas de modulación:

- Potencia promedio transmitida
- Probabilidad de error
- Eficiencia espectral
- Ganancia de codificación necesaria
- Costo de implementación

Comparaciones en base a SNR normalizada, teniendo en cuenta:

- Canal ideal de ancho de banda B y AWGN con DEP N_0
- Potencia promedio transmitida P_S
- La prob. de error de símbolo refleja el desempeño del sistema.

Capacidad y modulación (cont)

Probabilidad de error de PAM

$$P_e \cong KQ(\sqrt{2BT \cdot \eta_A \cdot SNR}) \quad \nu = \frac{\log_2 M}{BT}$$

η_A ?

Ejemplo: PAM bandabase de M puntos equiespaciados, $a_{\min} = 2$, $\sigma_A^2 = \frac{M^2-1}{2}$

$$\eta_A = \frac{3}{M^2 - 1} = \frac{3}{2^{2BT\nu} - 1}$$

Ejemplo: PAM pasabanda $M=L \times L$, $a_{\min} = 2$, $\sigma_A^2 = 2 \frac{M-1}{3}$

$$\eta_A = \frac{3}{2(M-1)} = \frac{3}{2(2^{BT\nu} - 1)}$$

A mayor M , menor η_A , debe aumentar SNR para mantener P_e

Capacidad y modulación (cont)

Es útil obtener P_e compatible con Nyquist $1/T=2B$ (max SNR para min P_e).

$$P_e \cong KQ \left(\sqrt{3 \frac{SNR}{2^\nu - 1}} \right)$$

Esto es válido para PAM bandabase y pasabanda (QAM).

Una alternativa de comparación es igualar argumentos de Q(.) para las diferentes modulaciones y comparar SNR. Para evitar problemas de comparación para distintas eficiencias espectrales es mas útil trabajar con la *SNR normalizada en velocidad*

$$SNR_{norm} = \frac{SNR}{2^\nu - 1}$$

Capacidad y modulación (cont)

Capacidad de un canal Gaussiano ideal: $C = B \log_2(1 + SNR)$ [bits/seg]

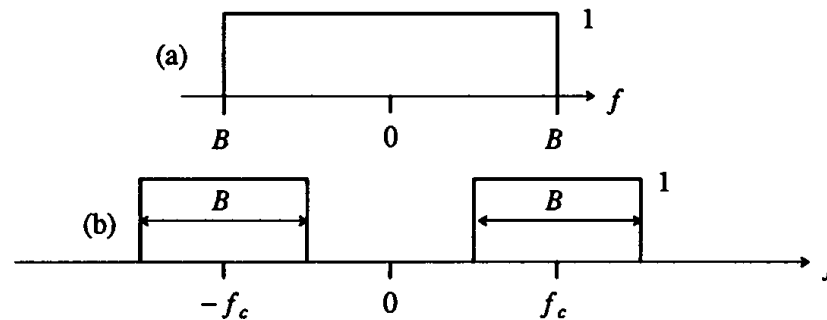


Figure 8-6. An ideal bandlimited channel with bandwidth B . (a) The baseband case, and (b) the passband case.

Límite sobre la eficiencia espectral

$$\nu_c = C/B = \log_2(1 + SNR) \quad [\text{bits/seg} - \text{Hz}]$$

Capacidad y modulación (cont)

SNR normalizada en velocidad:

$$SNR_{norm} = \frac{2^{\nu_c} - 1}{2^\nu - 1} \geq 1$$

$$SNR_{norm,dB} = SNR_{dB} - \Delta SNR_{dB}, \quad \Delta SNR_{dB} = 10 \log_{10}(2^\nu - 1)$$

Para ν altas: asíntota

$$\Delta SNR_{dB} \cong 3\nu$$

i.e., por cada bit/seg-Hz de aumento 3 dB de SNR.

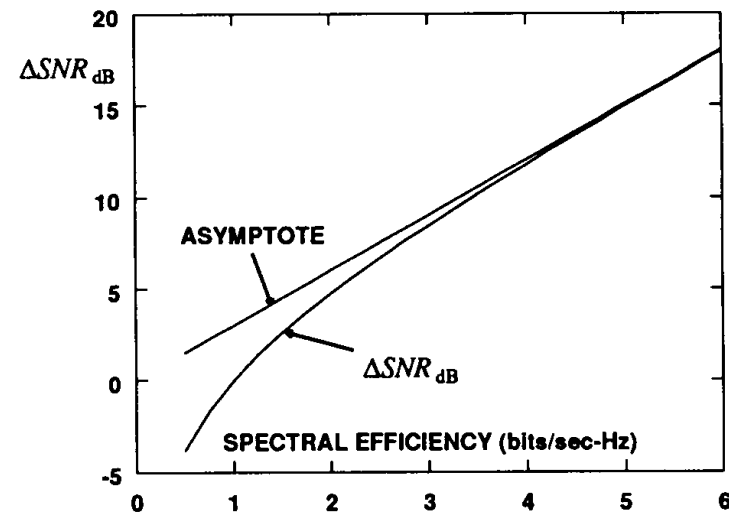


Figure 8-7. The difference between SNR and SNR_{norm} in dB plotted against spectral efficiency. The "asymptote" is the same relationship ignoring the "1" term.

Capacidad y modulación (cont)

Utilización de la SNR normalizada en comparaciones

- Comparación entre modulaciones diferentes para similar P_e
- Comparación entre una modulación y el límite
- Comparaciones entre modulaciones diferentes operando a diferentes velocidades y eficiencias espectrales.

Relación entre P_e y SNR_{norm} y comparación con la capacidad $SNR_{norm} = 1$.

Capacidad y modulación (cont)

PAM bandabase y pasabanda

$$P_e \cong KQ(\sqrt{\gamma_A \cdot SNR_{norm}})$$

$$\gamma_A = \eta_A(2^\nu - 1)$$

Ejemplo: PAM pasabanda

Efecto de K .

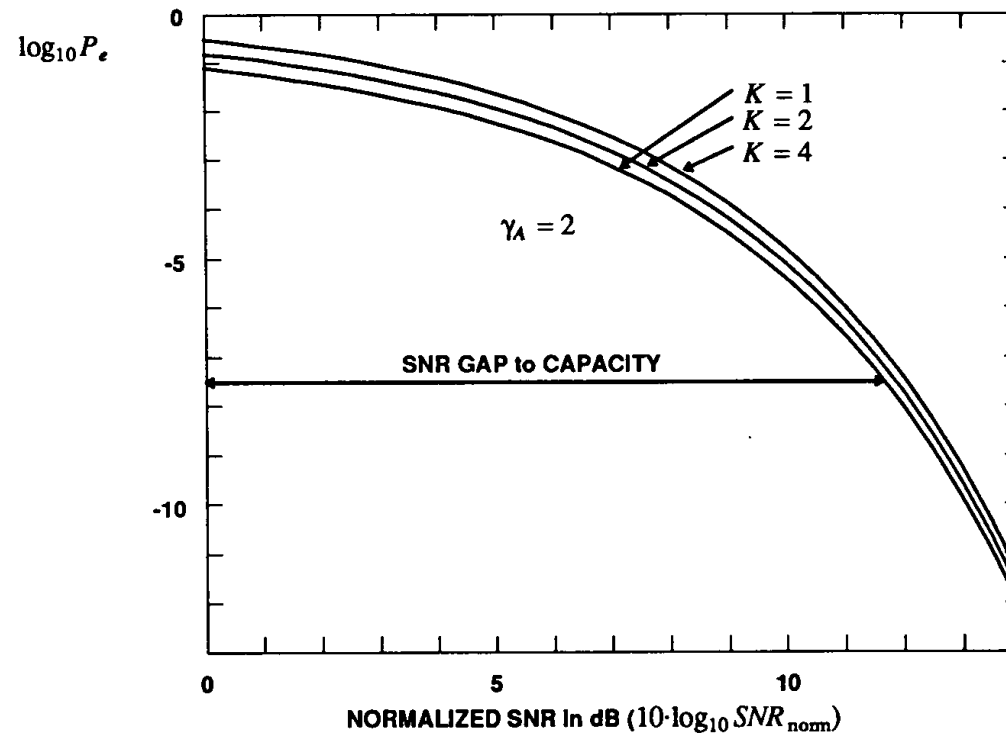


Figure 8-8. A plot of P_e vs. SNR_{norm} for passband PAM assuming $\gamma_A = 2$ and three typical values of K . This illustrates that K has a relatively minor effect on the error probability.

Capacidad y modulación (cont)

Ejemplo: PAM pasabanda
Efecto de γ_A

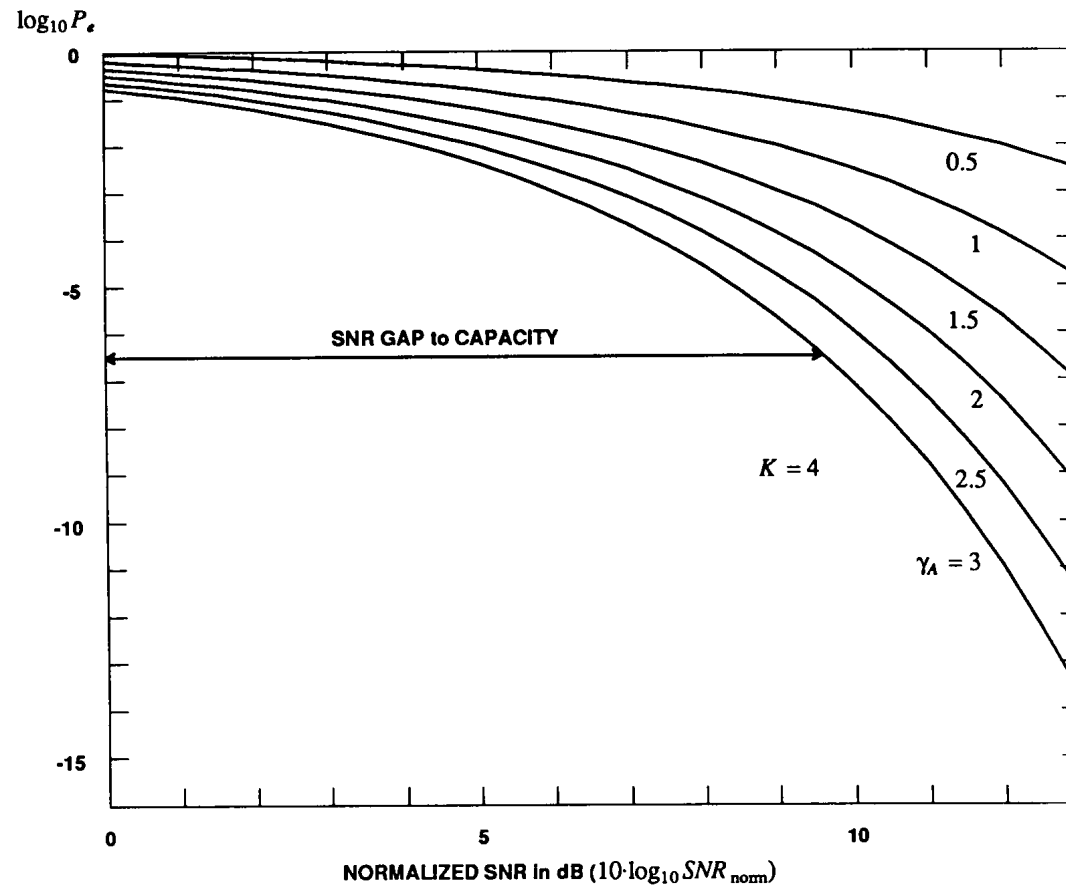


Figure 8-9. A plot of P_e vs. SNR_{norm} for passband PAM, assuming $K = 4$ and different values of γ_A .

Capacidad y modulación (cont)

Ejemplo: PSK $\sigma_A^2 = 1$, $a_{\min} = 2 \sin(\pi/M)$, tal que $\gamma_A = 2(M-1) \sin^2(\pi/M)$

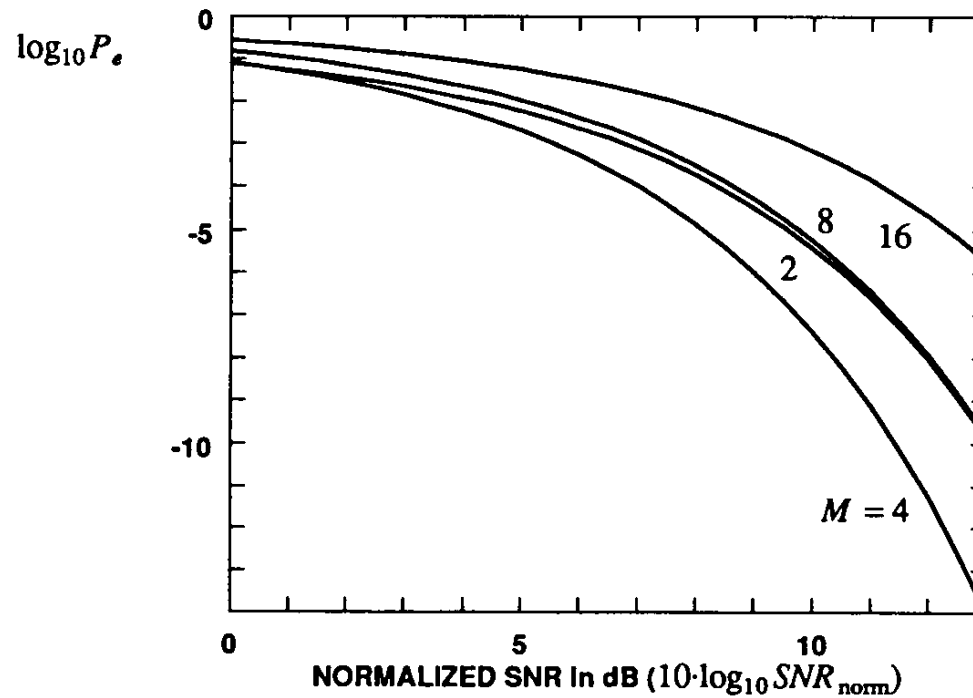


Figure 8-11. P_e vs. SNR_{norm} for a PSK constellation and several values of M .

Capacidad y modulación (cont)

Ejemplo: Comparación entre QAM y PSK (igualando argumentos de Q(.))

$$\frac{SNR_{norm,PSK}}{SNR_{norm,QAM}} = \frac{3}{2(M-1)\sin^2(\pi/M)}$$

Excepto $M=4$, en todos los casos PSK requiere mayor SNR que QAM.

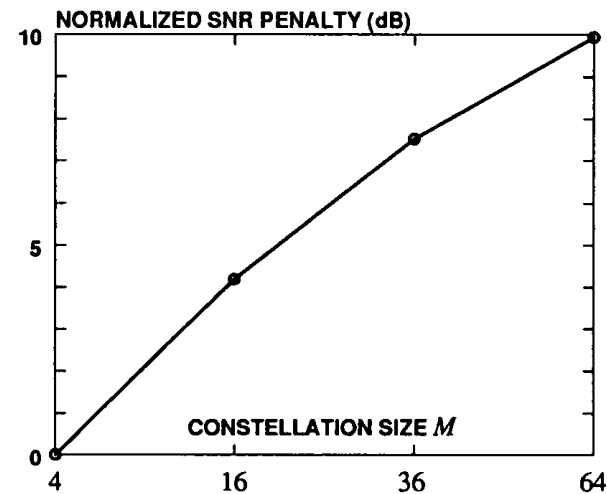


Figure 8-12. The penalty in dB for PSK in comparison to QAM, vs. constellation size M . The plot starts at $M = 4$ because this is the smallest QAM constellation, and only the M that are perfect squares are shown. The horizontal axis is not to scale.

Capacidad y modulación (cont)

Espectro disperso: En lugar de la máxima velocidad (Nyquist) se usa una velocidad menor

$$P_e \cong KQ(\sqrt{3\gamma_{SS} \cdot SNR_{norm}}) \quad \gamma_{SS} = \frac{BT(M^{1/BT} - 1)}{M - 1}$$

Para la máxima velocidad $2BT=2$ y $\gamma_{SS} = 1$. En general $\gamma_{SS} < 1$.

Esto indica que aumenta el SNR gap a la capacidad en general.

Esto no considera las aplicaciones usuales de espectro disperso de múltiples usuarios en un único canal.

Capacidad y modulación (cont)

Pulso ortogonales

$$P_e = (N - 1)Q(\sqrt{\gamma_N SNR_{norm}}) \quad \gamma_N = 1/2N(N^2/N - 1)$$

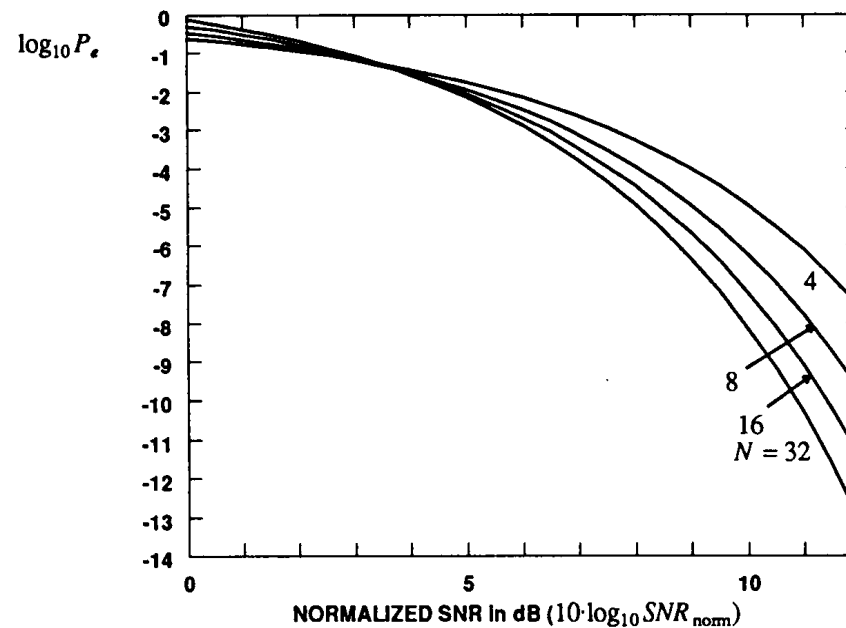


Figure 8-13. P_e vs. SNR_{norm} for orthogonal multipulse for several values of N , where N is the dimensionality.

Finalmente: PAM combinado con pulsos ortogonales, desempeño muy similar a PAM